



Università degli Studi Roma Tre
Facoltà di Architettura

corso

Tecniche di valutazione ambientale di piani e progetti

a.a. 2008/2009

Prof. Alessandro Giangrande

AHP (ANALYTIC HIERARCHY PROCESS)

Teoria ed esempi di valutazione di progetti alla scala territoriale

1. Introduzione al metodo AHP

AHP (Analytic Hierarchy Process) è un metodo di aiuto alla decisione multicriteri (MCDA, Multi-Criteria Decision Aid) sviluppato da Thomas Lorie Saaty verso la fine degli anni 70 (Saaty 1977 e 1980). A tutt'oggi esistono numerose decine di esempi di applicazione del metodo a problemi di valutazione nei settori più svariati (Golden et al. 1989).

Il metodo AHP può essere utilizzato per determinare il rapporto benefici/costi di un progetto quando non è possibile valutare in termini esclusivamente monetari i vantaggi e gli svantaggi che deriverebbero dalla sua realizzazione (Saaty 1980 pp. 113-120, Saaty and Kearns 1985 pp. 178-200, Saaty 1990). Personalmente ho avuto occasione di applicarlo alla valutazione di grandi infrastrutture territoriali nell'ambito di alcuni studi di VIA (Valutazione d'Impatto Ambientale) dove la maggioranza dei costi e dei benefici appartiene alla categoria degli **intangibili**, cioè dei beni extramercato per i quali risulta impossibile o complicato operare le simulazioni atte a identificarne il prezzo (Giangrande 1987a, 1987b, 1988; Giangrande et al. 1990).

Il metodo, in generale, consente di valutare le priorità di azioni che possono essere, a seconda dei casi, programmi, strategie d'intervento, piani, progetti, ecc. Nel seguito esso sarà illustrato senza gli assiomi e le dimostrazioni dei teoremi sui quali si fonda (Saaty 1980 e 1986).

1.1 La gerarchia di dominanza

Il primo passo del metodo comporta la costruzione della **gerarchia di dominanza**.

La gerarchia di dominanza è una struttura reticolare costituita da due o più **livelli**. Il primo livello contiene l'obiettivo generale della valutazione o **goal**. In un'applicazione diretta a valutare la compatibilità ambientale di alternative progettuali di una nuova infrastruttura territoriale il goal potrebbe essere formulato, ad es., nel modo seguente: "minimare l'impatto dell'infrastruttura sul contesto naturale e antropico".

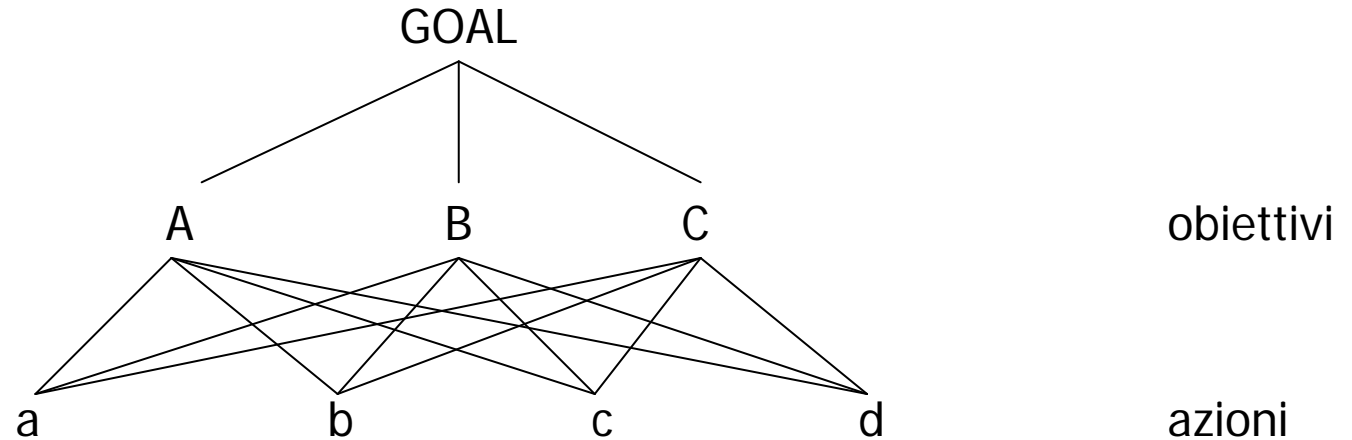
Il secondo livello contiene gli **obiettivi** che specificano contenuti e significati del goal. Ad es., il goal precedente potrebbe articolarsi nei sei obiettivi seguenti:

- (i) minimare l'impatto sul contesto naturale;
- (ii) minimare l'impatto sull'ambiente percepibile;
- (iii) minimare l'impatto sul contesto storico e culturale;
- (iv) minimare l'impatto sulla salute e sul benessere psico-fisico;
- (v) minimare l'impatto sul contesto socio-economico;
- (v) minimare i conflitti con la pianificazione territoriale.

Ciascuno di questi può essere suddiviso a sua volta in obiettivi più specifici (terzo livello), e così di seguito.

Passando dai livelli superiori ai livelli inferiori della gerarchia gli obiettivi perdono progressivamente il loro carattere strategico-assiologico.

Le **azioni** da valutare sono situate alla base della gerarchia e sono collegate direttamente agli obiettivi più specifici (**obiettivi terminali**).



Una gerarchia, oltre agli obiettivi e alle azioni, può contenere altri elementi del processo decisionale: tra questi vanno annoverati gli **attori** del processo. In questo caso il metodo consente di valutare le azioni in relazione ai differenti attori e di rendere esplicite le differenze di valutazione che dipendono dalla diversità dei loro sistemi di valori.

La scelta del numero di livelli e del numero di elementi deve tenere conto sia delle caratteristiche del contesto fisico e decisionale, sia della natura delle azioni da valutare

1.2 Costruzione della matrice dei confronti a coppie

Tutti gli elementi subordinati allo stesso elemento della gerarchia vengono confrontati a coppie tra loro.

Gli elementi di ciascuna coppia vengono comparati al fine di stabilire quale di essi è più importante in rapporto ad un elemento sovraordinato, e in quale misura: il risultato del confronto è il **coefficiente di dominanza** a_{ij} che rappresenta una stima della "dominanza" del primo elemento (i) rispetto al secondo (j).

Per determinare i valori dei coefficienti a_{ij} occorre utilizzare la scala seguente, detta **scala semantica di Saaty**, che mette in relazione i primi nove numeri interi con altrettanti giudizi che esprimono, in termini qualitativi, i possibili risultati del confronto (Saaty 1980):

a_{ij}	<u>GIUDIZIO</u>
1	Ugualmente importante
3	Leggermente più importante
5	Più importante
7	Molto più importante
9	Estremamente più importante
2,4,6,8	(Valori intermedi o di "compromesso")

Confrontando a coppie n elementi si ottengono n^2 coefficienti: di questi soltanto $n(n-1)/2$ devono essere direttamente determinati dal decisore o dall'esperto che effettua la valutazione, essendo $a_{ii}=1$ e $a_{ji}=1/a_{ij}$ per ogni valore di i e j .

La prima relazione scaturisce dalla considerazione che un elemento è altrettanto importante di se stesso. La seconda, nota come **relazione di reciprocità**, consegue dalla necessità di garantire la simmetria dei giudizi di importanza: se i è tre volte più importante di j , l'importanza di j è pari a un terzo di quella di i .

I coefficienti di dominanza definiscono una matrice quadrata reciproca (i suoi elementi rispettano tutti la relazione di reciprocità) e positiva (tutti i suoi elementi sono maggiori di zero) detta **matrice dei confronti a coppie**:

$$\mathbf{A} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Un modo alternativo di costruire la matrice dei confronti a coppie consiste nell'utilizzare la tecnica del **rating** (Voogd 1983, p. 105).

Secondo questa tecnica l'esperto che effettua la valutazione dispone di un *budget* di 100 punti che deve suddividere tra i due elementi in modo che la quantità di punti assegnata a ciascuno di essi (*rating*) ne rispecchi l'importanza. L'indice di dominanza a_{ij} è calcolato allora come rapporto dei *rating* dei due elementi.

Sulla base della mia personale esperienza ritengo questa tecnica più affidabile di quella che si basa sull'uso della scala semantica.

Per ogni elemento non terminale della gerarchia occorre costruire una matrice confrontando a coppie gli elementi che sono ad esso direttamente subordinati.

1.3 Determinazione dei pesi locali

I **pesi** sono coefficienti che misurano l'importanza relativa di singoli elementi.

Supponiamo di poter determinare in modo diretto i pesi (fisici) w_1, w_2, \dots, w_n di n pietre con una bilancia (ad es., $w_1 = 305$ gr, $w_2 = 212$ gr, ecc.) e di calcolare il coefficiente di dominanza di ogni coppia di pietre come rapporto dei rispettivi pesi. In questo caso 'ideale' i coefficienti a_{ij} esprimono esattamente quante volte la pietra i è più pesante della pietra j e si calcolano semplicemente così: $a_{ij} = w_i/w_j$, per ogni valore di i e j .

La matrice dei confronti coppie può essere riscritta per esteso nel modo seguente:

$$\mathbf{A} = \begin{vmatrix} w_1/w_1 & w_1/w_2 & \dots & w_1/w_n \\ w_2/w_1 & w_2/w_2 & \dots & w_2/w_n \\ \dots & & & \\ w_n/w_1 & w_n/w_2 & \dots & w_n/w_n \end{vmatrix}$$

In questo caso \mathbf{A} è una **matrice consistente**, cioè soddisfa la condizione $a_{ij} = a_{ik} a_{kj}$ per tutti i valori di i, j, k .

Supponiamo ora che non sia possibile calcolare i valori a_{ij} come w_i/w_j , perché non possediamo la bilancia che ci consente di determinare i pesi delle singole pietre.

Questa stessa situazione si presenta del resto anche quando occorra valutare il 'peso' (l'importanza) di un insieme di obiettivi o di azioni.

In questo caso non esiste lo strumento fisico che ci consente di determinare questi 'pesi', ma è necessario affidarsi ai giudizi di un esperto.

Non disponendo di uno strumento di misura ma soltanto della sua personale esperienza, **l'esperto non è in grado di determinare direttamente i pesi w_i , ma può fornire solo delle stime approssimate dei loro rapporti con l'ausilio della scala semantica o con la tecnica del *rating*.**

Le stime fornite dall'esperto, nella maggioranza dei casi, non saranno dunque consistenti.

Questa mancata consistenza dipende sia dalla difficoltà che l'esperto incontra nel mantenere la coerenza di giudizio in tutti i confronti a coppie, sia dal fatto che **i suoi giudizi possono essere strutturalmente non consistenti**. La teoria dei sistemi relazionali di preferenza dimostra infatti che le relazioni di preferenza e di indifferenza che conseguono da un insieme di confronti a coppie possono essere non transitive (ad es., **a** è preferito a **b**, **b** è preferito a **c**, ma **a** può essere non preferito a **c**).

Obbligando l'esperto ad essere perfettamente coerente nei suoi giudizi lo costringeremmo implicitamente (e indebitamente) a rispettare quel principio di transitività della preferenza e dell'indifferenza che non dovrebbe mai essere imposto a priori (Armstrong 1939, Luce 1956, Vincke 1981).

Sarebbe dunque poco realistico pensare che le relazioni $a_{ij} = w_i/w_j$ debbano valere anche in questi casi: se non conosciamo i pesi w_i ma solo i valori di a_{ij} (che abbiamo ricavati direttamente utilizzando, ad es., la scala semantica di Saaty), il problema di determinare i pesi w_i dai valori a_{ij} imponendo le condizioni $a_{ij} = w_i/w_j$ sarebbe probabilmente irresolubile. I valori a_{ij} ricavati da giudizi qualitativi possono avvicinarsi ai valori 'veri' w_i/w_j ma anche discostarsi da essi in modo significativo.

Cerchiamo allora di risolvere questo problema senza imporre rigidamente le suddette condizioni, ma consentendo ai valori di a_{ij} di poter deviare dal loro valore 'vero'.

Consideriamo la i -esima riga della matrice **A**: $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}$.

Nel caso 'ideale' ($a_{ij} = w_i/w_j$) questi valori coincidono con i rapporti $w_i/w_1, w_i/w_2, \dots, w_i/w_n$.

Se moltiplichiamo il primo termine di questa riga per w_1 , il secondo per w_2 ecc. otteniamo:

$$(w_i/w_1) w_1 = w_i, (w_i/w_2) w_2 = w_i, \dots (w_i/w_n) w_n = w_i$$

Il risultato è dunque una riga costituita da termini tutti uguali, mentre nel caso generale (non 'ideale') quello che otterremo è una riga di termini che costituiscono un insieme di valori statistici 'dispersi' attorno al valore w_i .

Sembra pertanto ragionevole assumere che, in questo caso, w_i sia la media dei valori di questi termini.

Nel caso generale si possono dunque rilasciare le rigide condizioni $a_{ij} = w_i/w_j$ per sostituirle con le condizioni:

$$w_i = \frac{\sum_j a_{ij} w_j}{n} \quad (1)$$

A questo punto resta ancora da risolvere una questione: queste condizioni meno stringenti sono sufficienti a garantire l'esistenza di soluzioni? cioè, a garantire che abbia soluzione il problema di trovare dei pesi unici w_i quando siano dati i coefficienti di dominanza a_{ij} ?

Per rispondere occorre esprimere le suddette condizioni in una forma diversa.

Notiamo innanzitutto che se le stime a_{ij} sono valide, esse tenderanno ad essere molto vicine ai valori w_i/w_j , cioè rappresenteranno delle piccole 'perturbazioni' di questi rapporti.

Se trattiamo le stime a_{ij} come variabili è possibile che esista una soluzione delle (1): cioè w_i e w_j possono cambiare per adattarsi ai cambiamenti dei valori a_{ij} che non coincidono più con i loro valori 'ideali' w_i/w_j , **purchè si consenta anche al valore n di cambiare**. Se chiamiamo λ_{\max} il valore che deve assumere n affinché la (1) posseda una soluzione, la (1) stessa assume la forma:

$$w_i = \frac{\sum_j a_{ij} w_j}{\lambda_{\max}}$$

o, se si vuole:

$$\sum_j a_{ij} w_j = \lambda_{\max} w_i$$

In forma matriciale questo problema si definisce nel modo seguente:

$$\mathbf{Aw} = \lambda_{\max} \mathbf{w} \quad (2)$$

Per determinare il valore di λ_{\max} e dei pesi \mathbf{w} possiamo fare ricorso a due importanti risultati della teoria delle matrici (in questa sede non riportiamo gli enunciati dei teoremi dai quali questi risultati discendono).

(i) Se $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ sono n numeri che soddisfano l'equazione:

$$\mathbf{Ax} = \lambda_{\max} \mathbf{x},$$

(cioè sono gli autovalori di \mathbf{A}) e se per tutti i valori di i è $a_{ii} = 1$, allora:

$$\sum_i \lambda_i = n$$

Quando la matrice \mathbf{A} è consistente, tutti gli autovalori sono necessariamente uguali a zero escluso uno che vale n : ciò deriva dal fatto che ponendo $\lambda_{\max} = n$ l'equazione (2) diventa un'identità.

Se ne deduce che quando \mathbf{A} è una matrice consistente, n è il suo autovalore massimo λ_{\max} (o **autovalore principale**) ed è anche l'unico a essere diverso da zero.

(ii) Se si modificano leggermente i valori a_{ij} di una matrice reciproca e positiva, i corrispondenti autovalori variano di poco e in modo continuo.

Combinando i due risultati precedenti si deduce che quando gli elementi della diagonale principale della matrice \mathbf{A} sono tutti uguali a 1 e la matrice è consistente, variando di poco i valori a_{ij} l'autovalore principale della matrice non differisce molto da n mentre i restanti autovalori si mantengono prossimi allo zero.

Sembra dunque ragionevole ipotizzare che, nel caso generale, i pesi cercati coincidano con le componenti dell'autovettore principale \mathbf{w} corrispondente all'autovalore principale λ_{\max} della matrice \mathbf{A} (per una dimostrazione formale vedi Saaty 1980).

In genere è preferibile ottenere una soluzione normalizzata, cioè tale che la somma dei valori delle componenti del vettore dei pesi \mathbf{w} sia uguale a 1 (in realtà vedremo che ciò è vero solo se si confrontano degli obiettivi; nel caso di azioni l'operazione di normalizzazione dei pesi locali dipende dalla particolare "modalità" utilizzata nell'applicare AHP).

Un esperto, a rigore, potrebbe limitarsi a fornire soltanto $n-1$ stime indipendenti di a_{ij} : per determinare i pesi basterebbe in questo caso risolvere il sistema lineare non omogeneo di n equazioni in n incognite (w_1, w_2, \dots, w_n) che si ottiene uguagliando il valore di ogni stima a quello del corrispondente rapporto w_i/w_j ed imponendo la condizione di normalizzazione.

Questo metodo, a differenza di quello che comporta il calcolo dell'autovettore principale di \mathbf{A} , non utilizza le stime 'ridondanti' di a_{ij} .

D'altronde sono proprio queste stime che consentono di pervenire a un risultato più affidabile: i pesi che si ottengono risolvendo la (2) sono infatti molto meno sensibili agli errori di valutazione (Saaty 1980 pp. 192-197, Millet and Harker 1990).

Resta ancora di stabilire se i pesi che si ricavano dalla (2) rispecchiano i giudizi di chi ha effettuato i confronti. In altri termini occorre stabilire se e in quale misura i valori dei rapporti w_i/w_j , che si calcolano dopo aver determinato l'autovettore principale \mathbf{w} , si discostano dalle stime a_{ij} fornite dall'esperto.

A questo fine il metodo AHP definisce il seguente **indice di consistenza** (CI, *consistency index*) che consente di misurare lo scarto complessivo tra questi due insiemi di valori:

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}$$

In questa sede non dimostreremo perché CI assume questa forma (cfr. Saaty 1977 e 1980). Basterà notare che nel caso di consistenza perfetta CI è uguale a zero: quando la matrice è perfettamente consistente, l'autovalore principale λ_{\max} è infatti uguale ad n.

Al crescere dell'inconsistenza il valore di CI aumenta (per questo motivo sarebbe più logico chiamarlo **indice di inconsistenza**).

Il metodo AHP prevede che l'indice CI sia confrontato con l'indice RI (**random index**). Questo secondo indice si calcola effettuando la media dei valori di CI di numerose matrici reciproche dello stesso ordine, i cui coefficienti vengono generati in modo *random* (cioè casuale) da un computer.

Quando il valore di CI della matrice compilata dall'esperto supera una soglia convenzionalmente posta uguale al 10% del valore di RI, la deviazione dalla condizione di consistenza perfetta viene giudicata inaccettabile.

Secondo Saaty (1980) un valore di CI superiore a tale soglia indica una scarsa coerenza (forse anche una scarsa attenzione) dell'esperto che ha effettuato i confronti, piuttosto che una non transitività strutturale, e come tale accettabile, del suo sistema di preferenze. Quando il valore di CI supera la soglia, l'esperto deve sforzarsi di aumentare la coerenza dei suoi giudizi modificando, totalmente o in parte, le stime di a_{ij} .

Risolvendo la (2) per tutte le matrici dei confronti a coppie si ottengono i pesi di tutti gli elementi della gerarchia.

Questi pesi sono detti **locali** perché valutano l'importanza degli elementi non in termini complessivi, ma solo in rapporto all'elemento sovraordinato rispetto al quale sono stati confrontati.

Ogni elemento ha tanti pesi locali quanti sono gli obiettivi ai quali esso è direttamente subordinato.

1.4 Determinazione dei pesi globali: il principio di composizione gerarchica

Per determinare l'importanza di ogni elemento in rapporto al goal occorre applicare il principio di composizione gerarchica (Saaty 1980).

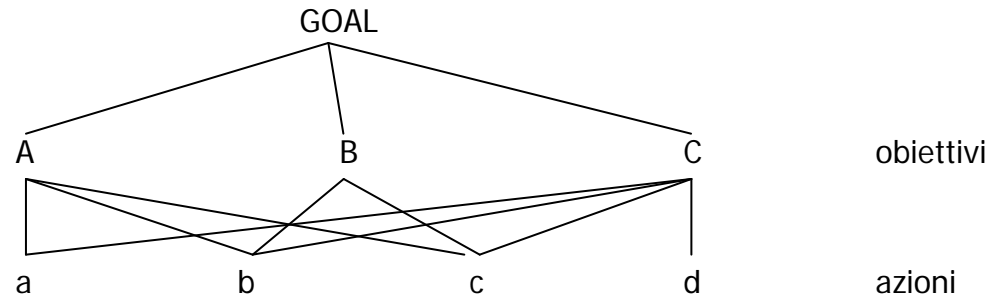
I pesi locali di ogni elemento vengono moltiplicati per quelli dei corrispondenti elementi sovraordinati e i prodotti così ottenuti sono sommati. Procedendo dall'alto verso il basso, i pesi locali di tutti gli elementi della gerarchia vengono così trasformati progressivamente in **pesi globali**.

La figura seguente illustra un semplice esempio di calcolo dei pesi globali degli elementi terminali in una gerarchia a tre livelli (goal, obiettivi e azioni).

I pesi globali (o **priorità**) degli elementi collocati alla base della gerarchia, nel livello successivo a quello degli obiettivi terminali, rappresentano il risultato principale della valutazione.

Quando gli elementi terminali sono azioni, i pesi globali consentono di determinare un ordine di preferenza: **un'azione (un piano, un progetto, ...) sarà tanto più preferibile quanto maggiore è il suo peso globale.**

DETERMINAZIONE DEI PESI LOCALI (metodo del rating)



Pesi locali di A, B, C rispetto al "GOAL":

	A	B	C
A	-	30	50
B	70	-	70
C	50	30	-

$$GOAL_{W_A} = 0.23$$

$$GOAL_{W_B} = 0.54$$

$$GOAL_{W_C} = 0.23$$

Pesi locali di a, b, c rispetto ad "A":

	a	b	c
a	-	50	50
b	50	-	50
c	50	50	-

$$A_{W_a} = 0.33$$

$$A_{W_b} = 0.33$$

$$A_{W_c} = 0.33$$

$$[A_{W_d} = 0]$$

Pesi locali di b, c rispetto a "B":

	b	c
b	-	60
c	40	-

$${}^Bw_b = 0.60$$

$${}^Bw_c = 0.40$$

$$[{}^Bw_a = {}^Bw_d = 0]$$

Pesi locali di a, b, c, d rispetto a "C":

	a	b	c	d
a	-	20	40	50
b	80	-	60	80
c	60	40	-	60
d	50	20	40	-

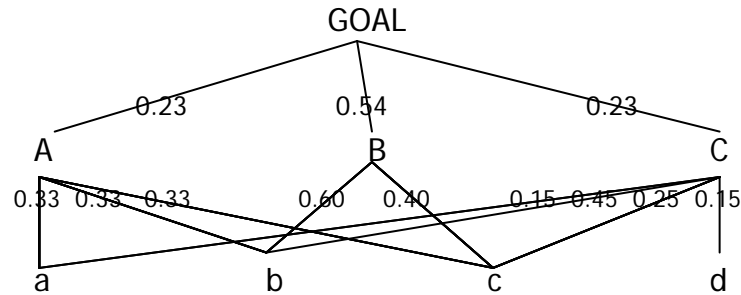
$${}^Cw_a = 0.15$$

$${}^Cw_b = 0.45$$

$${}^Cw_c = 0.25$$

$${}^Cw_d = 0.15$$

DETERMINAZIONE DEI PESI FINALI



obiettivi

azioni

Calcolo dei pesi finali delle azioni (principio di composizione gerarchica):

$$\begin{aligned} w_a &= GOAL_{W_A}^A w_a + GOAL_{W_B}^B w_a + GOAL_{W_C}^C w_a \\ &= 0.23 \times 0.33 + 0.54 \times 0 + 0.23 \times 0.15 = \mathbf{0.111} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_b &= GOAL_{W_A}^A w_b + GOAL_{W_B}^B w_b + GOAL_{W_C}^C w_b \\ &= 0.23 \times 0.33 + 0.54 \times 0.60 + 0.23 \times 0.45 = \mathbf{0.504} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_c &= GOAL_{W_A}^A w_c + GOAL_{W_B}^B w_c + GOAL_{W_C}^C w_c \\ &= 0.23 \times 0.33 + 0.54 \times 0.40 + 0.23 \times 0.25 = \mathbf{0.350} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_d &= GOAL_{W_A}^A w_d + GOAL_{W_B}^B w_d + GOAL_{W_C}^C w_d \\ &= 0.23 \times 0 + 0.54 \times 0 + 0.23 \times 0.15 = \mathbf{0.035} \end{aligned}$$

$$\Sigma w_i = \mathbf{0.111 + 0.504 + 0.350 + 0.035 = 1}$$

(i = a...d)

1.5 Un'estensione del metodo: il caso delle matrici incomplete

Per compilare una matrice dei confronti a coppie occorre effettuare un numero di confronti pari a $n(n-1)/2$, dove n è il numero di elementi. Harker (1987) ha sviluppato una procedura che consente all'esperto di non effettuare parte dei confronti.

Tale procedura si basa sulla definizione di matrice quasi reciproca. In una matrice quasi reciproca possono essere presenti alcuni coefficienti nulli: in questo caso risulta $a_{ij} = a_{ji} = 0$ per alcuni valori di i e di j ($i \neq j$), mentre continua a valere la relazione di reciprocità per tutti gli altri coefficienti.

Da una matrice **A** quasi reciproca si può ricavare una nuova matrice **B** nella quale i coefficienti che non appartengono alla diagonale principale coincidono con quelli di **A**, mentre i coefficienti della diagonale, che nella matrice **A** sono uguali a 1, assumono in **B** il valore m_i , essendo m_i il numero di coefficienti nulli presenti nella riga i -esima di **A**. Il valore m_i rappresenta pertanto il numero di confronti non effettuati nei quali è coinvolto l'elemento i .

Harker ha dimostrato che le componenti dell'autovettore principale della matrice **B** costituiscono delle stime corrette dei pesi degli elementi confrontati. A questo fine Harker ha sviluppato la teoria necessaria per determinare l'autovalore principale di una matrice nella quale alcuni coefficienti sono espressi nella forma funzionale w_i/w_j (dove i valori w_i e w_j sono incogniti) piuttosto che come valori numerici noti.

Questa variante del metodo è di grande importanza quando occorra confrontare un numero elevato di elementi (generalmente più di 6-7 elementi).

Ad esempio, per costruire secondo il metodo tradizionale una matrice di confronti a coppie di 10 elementi l'esperto dovrebbe effettuare 45 confronti. Questo compito è molto oneroso e non sempre un decisore o un tecnico è disposto a svolgerlo. Al crescere del numero di confronti risulta inoltre sempre più difficile mantenere quella coerenza di giudizio necessaria per superare il *test* di consistenza.

Con la variante di Harker il numero dei confronti, per $n=10$, può ridursi fino a 9. La scelta del numero dei confronti da effettuare implica un *tradeoff* tra affidabilità del risultato e tempo che il decisore o l'esperto è disposto a spendere per la valutazione.

2. Le modalità di AHP

Il metodo AHP prevede tre diverse **modalità** che corrispondono a modi diversi di determinare i pesi locali.

In questa sede non tratteremo un'ulteriore modalità — denominata **approccio della supermatrice** (*supermatrix approach*) — che consente di prendere in considerazione tutte le dipendenze che si presentano tra gli elementi del problema decisionale, secondo una struttura a rete (*network*) nella quale i concetti di gerarchia e di livello perdono di significato, e la relazione che collega gli elementi non è più necessariamente unidirezionale, cioè dall'alto verso il basso (Saaty 1996).

Le tre modalità sono (Saaty and Vargas 1993):

- ✓ **assoluta** (*absolute mode*);
- ✓ **distributiva** (*distributive mode*);
- ✓ **ideale** (*ideal mode*).

Nella **modalità assoluta** a ogni obiettivo terminale viene associata una scala costituita da un insieme ordinato di *livelli* (ad es. ottimo, buono, sufficiente, insufficiente, cattivo, pessimo) che ne misura il grado di soddisfacimento. Questa scala può essere diversa da obiettivo a obiettivo.

Dopo aver determinato i pesi locali degli obiettivi terminali con la tecnica dell'autovettore principale, si calcolano i pesi dei livelli associati a ciascun obiettivo terminale con la stessa tecnica (cioè confrontando a coppie i livelli e applicando alle matrici dei confronti a coppie la tecnica dell'autovettore principale).

I pesi locali delle azioni non vengono valutati confrontando a coppie le azioni medesime, bensì assegnando a ogni azione il peso del livello che meglio ne rappresenta la prestazione in rapporto all'obiettivo considerato.

In questa modalità il grado di accettabilità di un'azione viene giudicato rispetto a degli *standard* (i livelli).

In certi casi è possibile fare riferimento a *standard* consolidati (come l'uso di un voto da 0 a 10 nel campo della valutazione scolastica, dove il 6 rappresenta la sufficienza); in altri casi, specie quando la valutazione riguarda valori intangibili, non è possibile fare riferimento a *standard* che siano accettati e condivisi da tutti coloro che partecipano al processo di decisione.

Per esempio, chi volesse utilizzare il metodo AHP in *absolute mode* per valutare dei progetti nell'ambito della VIA andrebbe incontro a molte difficoltà, dal momento che non esistono *standard* consolidati che consentano di valutare l'impatto di un progetto in relazione ad alcuni valori intangibili, come i valori storico-culturali o la qualità dell'ambiente percepibile.

Nella **modalità distributiva** le azioni vengono confrontate a coppie rispetto agli obiettivi terminali: i loro pesi locali, calcolati con la tecnica dell'autovettore principale, vengono normalizzati in modo che la loro somma sia uguale a 1.

Si noti che per determinare i pesi delle azioni viene utilizzato in questo caso lo stesso tipo di normalizzazione applicato a tutti gli altri elementi della gerarchia.

Questa modalità, secondo Saaty, consente di stabilire le priorità delle azioni nei casi in cui occorra tener conto del fatto che la compresenza di azioni uguali (**copie**) o molto simili (**quasi-copie**) ne modifica strutturalmente la preferibilità (Saaty and Vargas 1993).

Uno di questi casi è illustrato dal paradosso della donna che intende acquistare un cappello (Saaty 1990). Dopo essersi recata in un negozio e aver stabilito di preferire, sia pure di poco, il modello **a** al modello **b**, la donna visita altri negozi. Avendo constatato che **a** è un modello troppo comune e diffuso, la donna ritorna nel primo negozio per comprare **b**, che rappresenta un modello originale, pressoché esclusivo.

Questo criterio di originalità, non incluso esplicitamente nel modello, verrebbe dunque introdotto nel modello dalla modalità distributiva che di fatto tende a sottovalutare le azioni che sono presenti in maggior numero di copie.

Nella **modalità ideale** i pesi locali delle azioni, una volta calcolati come nel caso della modalità distributiva, vengono normalizzati dividendoli per il peso dell'azione che assume il valore più elevato (l'azione preferita, per ogni obiettivo, ha dunque peso 1).

Questa modalità viene utilizzata quando si desidera scegliere l'azione migliore a prescindere dal numero di copie che esistono della medesima, come nel caso dell'acquisto di un'automobile o di un computer (Saaty and Vargas 1993).

Il passo finale, per tutte e tre le modalità, consiste nel calcolare i pesi globali (o priorità) delle azioni applicando il principio di composizione gerarchica.

2.1 Pesi intrinseci e pesi specifici

Come si è visto, i pesi globali delle azioni, situate al livello più basso della gerarchia di dominanza, sono sempre normalizzati: nella **modalità distributiva** i pesi locali delle azioni rispetto agli obiettivi terminali vengono normalizzati in modo che la loro somma sia uguale a 1; nella **modalità ideale**, essi vengono normalizzati dividendoli per il peso dell'azione che assume il valore più elevato.

Ma in entrambi i casi **l'operazione di normalizzazione annulla le differenze di "potere discriminante" degli obiettivi terminali: un "potere", questo, che dovrebbe essere tanto maggiore quanto più elevate sono, in assoluto, le prestazioni delle azioni in rapporto ai suddetti obiettivi.**

Ma a questa perdita di "potere discriminante" degli obiettivi si può porre rimedio.

A questo fine occorre far corrispondere al termine “peso” due diversi significati, che sempre coesistono quando esso viene associato a quello di obiettivo (Giangrande 1994). Per distinguere tra questi significati parleremo di **peso intrinseco** e **peso specifico**.

Il peso intrinseco (iw) è una costante di scala che rispecchia l'importanza che il valutatore attribuisce ad un obiettivo rispetto all'obiettivo sovraordinato (o al goal) sulla base del suo sistema di valori (è questo il significato che viene di solito attribuito al termine “peso”). Per valutare i pesi intrinseci degli obiettivi il decisore deve tener conto delle caratteristiche del contesto ambientale e della specifica situazione decisionale (diversa vulnerabilità delle componenti ambientali, problemi politici ed economici, ecc.), **ma non delle caratteristiche e delle prestazioni delle azioni**.

I pesi specifici (sw) degli obiettivi dipendono dal tipo di normalizzazione adottato per determinare i pesi locali delle azioni. Quando la somma dei pesi locali delle azioni è uguale a 1 (**modalità distributiva**), i pesi specifici degli obiettivi rispecchiano **l'importanza delle prestazioni assolute delle azioni, complessivamente considerate**, in rapporto agli obiettivi medesimi; quando il peso dell'azione migliore, per ogni obiettivo, è eguagliata a 1 (**modalità ideale**), i pesi specifici rispecchiano **l'importanza delle migliori prestazioni assolute delle azioni** in rapporto agli obiettivi. In entrambi i casi i pesi specifici dipendono dall'insieme delle azioni da valutare: quando l'insieme delle azioni cambia, possono cambiare anche i pesi specifici degli obiettivi.

Tutto ciò ha delle conseguenze dirette sul modo in cui si devono determinare i valori dei coefficienti di dominanza in una matrice di confronti a coppie.

Per determinare i coefficienti che consentono di calcolare i pesi intrinseci (applicando alla corrispondente matrice la tecnica dell'autovettore principale) l'attore che effettua la valutazione deve rispondere alla domanda seguente: **"Quale dei due obiettivi è più importante per soddisfare l'obiettivo sovraordinato, e in quale misura?"**

La tecnica per calcolare i coefficienti che consentono di calcolare i pesi specifici è la stessa. Ma la domanda alla quale l'attore deve rispondere per determinare i coefficienti di dominanza, quando viene adottata la **modalità distributiva** è: **"Rispetto a quale dei due obiettivi le prestazioni delle azioni, complessivamente considerate, sono migliori, e in quale misura?"**. Se i pesi delle azioni sono stati normalizzati in modo che il valore della prestazione migliore sia pari a 1 su ogni obiettivo (**modalità ideale**), la domanda alla quale l'attore deve rispondere è la seguente: **"Considerando le prestazioni più elevate delle azioni che perseguono i due obiettivi, quali sono migliori, e in quale misura?"**.

Se consideriamo ad esempio una semplice gerarchia di tre livelli (goal, due obiettivi terminali: O1 e O2 e azioni) i pesi "corretti" w_{O1} e w_{O2} dei due obiettivi, cioè i pesi atti a compensare la perdita di potere discriminante degli obiettivi stessi conseguente all'operazione di normalizzazione dei pesi delle azioni, possono calcolarsi allora nel modo che segue:

$$w_{O1} = (iw_{O1} sw_{O1}) / [(iw_{O1} sw_{O1}) + (iw_{O2} sw_{O2})]$$
$$w_{O2} = (iw_{O2} sw_{O2}) / [(iw_{O1} sw_{O1}) + (iw_{O2} sw_{O2})]$$

Le formule precedenti sono facilmente generalizzabili al caso in cui gli obiettivi terminali sono più di due.

Le stesse formule possono essere utilizzate per valutare correttamente i pesi degli obiettivi, terminali e no, che appartengono a una gerarchia con un numero di livelli maggiore di 3.

Nella VIA, come in altre applicazioni, è opportuno che i pesi intrinseci e i pesi specifici siano determinati da attori diversi.

In pratica occorre che i pesi specifici degli obiettivi terminali, come i pesi locali delle azioni, vengano valutati da esperti che siano in grado di giudicare le prestazioni delle azioni medesime in rapporto agli obiettivi in questione (ad esempio: progettisti, economisti, naturalisti, ecc.).

I pesi intrinseci, dato il loro carattere assiologico, devono essere invece valutati da soggetti che posseggono una generale conoscenza dei valori, degli interessi e delle preoccupazioni delle comunità locali nei confronti del contesto che subisce l'impatto dell'intervento (politici, amministratori locali, ecc.).

Per evitare di valutare separatamente i pesi intrinseci e i pesi specifici di tutti gli obiettivi di una gerarchia, si possono calcolare direttamente i pesi "corretti". A questo fine il coefficiente di dominanza risultante dal confronto di due obiettivi può essere determinato valutando contestualmente i loro pesi intrinseci e specifici. In questo caso le domande alla quale deve rispondere l'attore deputato alla valutazione sono le seguenti:

"Quale dei due obiettivi è più importante perseguire per soddisfare l'obiettivo sovraordinato, e in quale misura? rispetto a quale dei due obiettivi le prestazioni delle azioni, complessivamente considerate, sono migliori, e in quale misura?" (modalità distributiva)

Ovvero:

"Quale dei due obiettivi è più importante perseguire per soddisfare l'obiettivo sovraordinato, e in quale misura? considerando le prestazioni più elevate delle azioni che si riferiscono ai due obiettivi, quali sono migliori, e in quale misura?" (modalità ideale).

3. Valutazione dell'impatto ambientale del progetto di adeguamento della SS 3 Flaminia

Il progetto preliminare di adeguamento della strada ha comportato l'elaborazione di **11 tracciati alternativi** ubicati all'interno di un'ampia fascia territoriale che contiene l'attuale tracciato.

Ogni nuovo tracciato è costituito da uno specifico sottoinsieme dei tratti del reticolo stradale di progetto. La valutazione consiste nel confrontare gli 11 tracciati al fine di scegliere quello più compatibile sotto il profilo ambientale.

In questo caso il metodo AHP è stato applicato in una **modalità ibrida**.

In questa modalità, come nella **modalità assoluta**, vengono associati dei livelli a ogni obiettivo terminale della gerarchia. Questi livelli non rappresentano tuttavia livelli assoluti (del tipo ottimo, buono, ecc.), ma coincidono con gli **episodi d'impatto** (Giangrande et al. 1990), ordinati per gravità crescente, che la strada con la sua presenza genera sulle componenti ambientali (ad ogni livello possono appartenere più episodi di gravità equivalente).

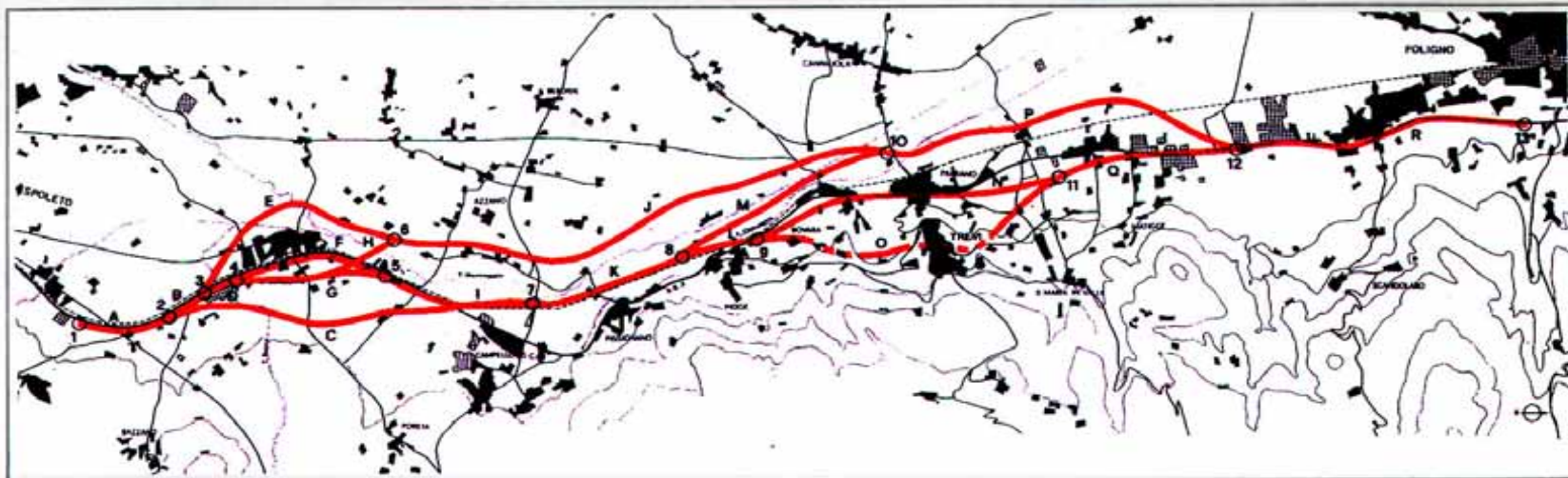
I pesi dei livelli vengono quindi determinati confrontando a coppie gli "episodi" che li definiscono e applicando alla matrice così ottenuta la tecnica dell'autovettore principale.

I pesi dei livelli (cioè degli episodi d'impatto) associati ad ogni obiettivo terminale vengono poi normalizzati come nella **modalità ideale**, cioè ponendo uguale a 1 il peso del livello che corrisponde all'episodio che genera l'impatto maggiore e "scalando" conseguentemente i pesi degli altri livelli.

Una volta calcolati i pesi (o valori d'impatto) di tutti gli episodi, l'impatto di ogni tratto stradale si calcola semplicemente sommando i pesi degli episodi d'impatto che esso genera, mentre l'impatto di ogni singolo tracciato si calcola sommando i valori d'impatto dei tratti che lo costituiscono.

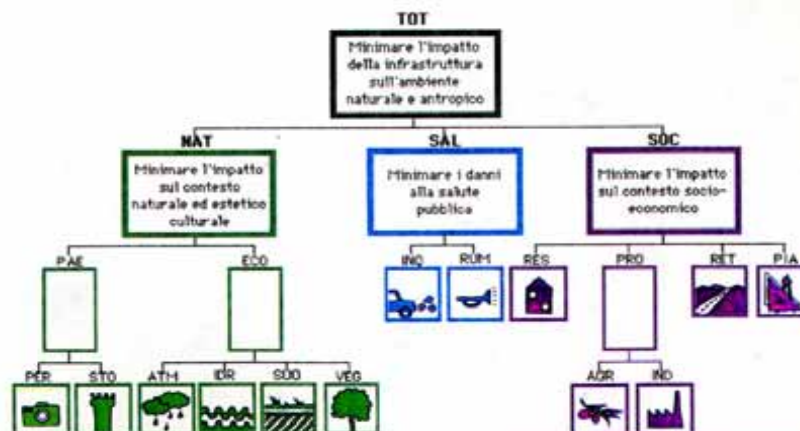
Illustriamo la procedura in maggiore dettaglio.

QUADRO D'UNIONE DEI TRATTI STRADALI E RELAZIONE TRA EPISODI D'IMPATTO E GERARCHIA DI SUBORDINAZIONE DEGLI OBIETTIVI



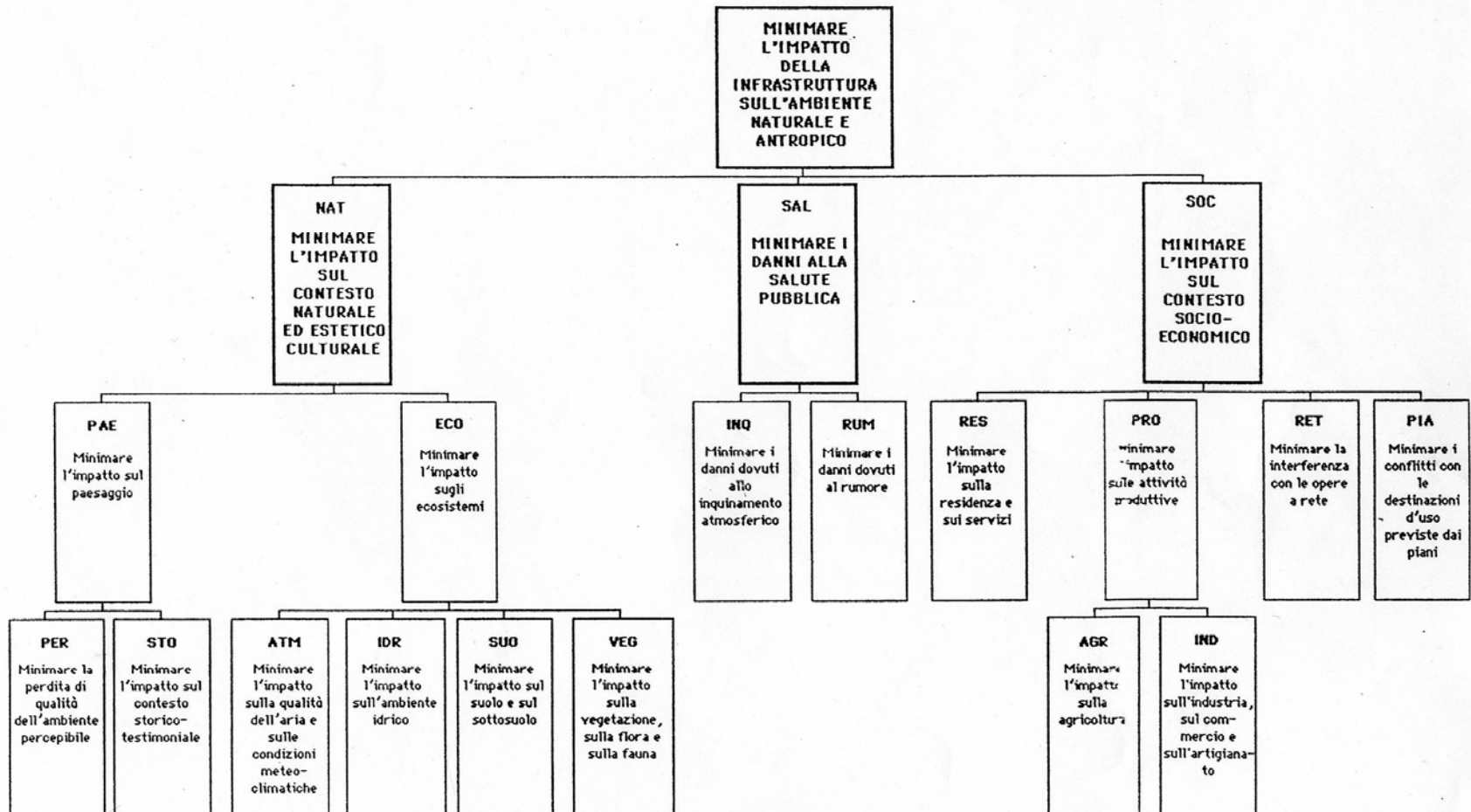
TRATTO	PRIMO NODO	SECONDO NODO	LUNGHEZZA (KM)
A	1	2	2.910
B	2	3	1.015
C	2	7	5.060
D	3	4	0.190
E	3	6	3.800
F	4	5	2.150
G	4	5	2.090
H	4	6	2.828
I	5	7	2.110
J	6	10	7.400
K	7	8	3.260
L	8	9	0.900
M	8	10	2.959
N	9	11	4.510
O	9	11	4.600
P	10	12	5.226
Q	11	12	2.410
R	12	13	4.300

RELAZIONE TRA EPISODI D'IMPATTO E "RAMI" DELLA GERARCHIA



La figura mostra il reticolo stradale completo e tutti i tratti componenti con le rispettive lunghezze. Nella gerarchia di dominanza sono rappresentati esplicitamente solo gli obiettivi di livello "strategico" (goal e 2° livello) e le icone degli episodi d'impatto associati agli obiettivi terminali. 25 La gerarchia completa è mostrata nella figura seguente.

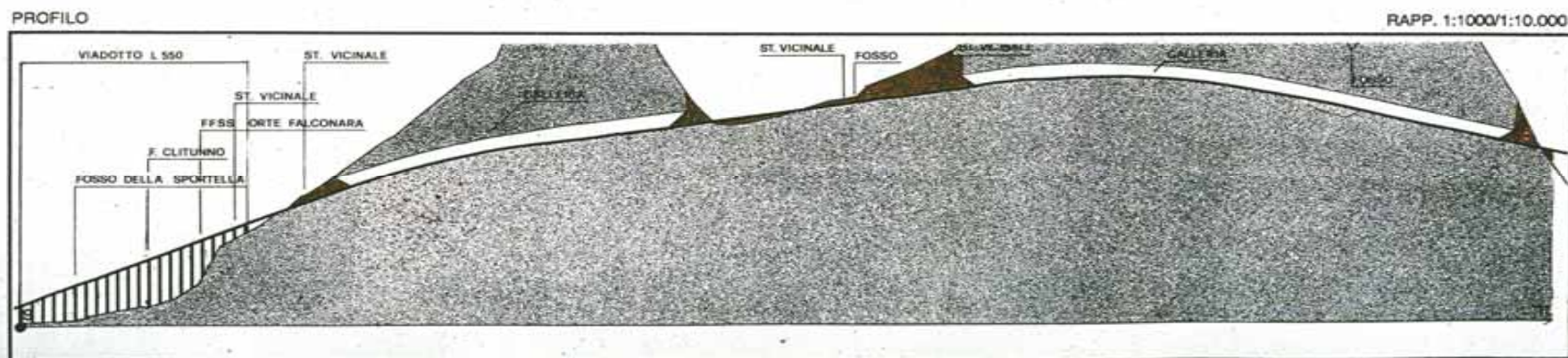
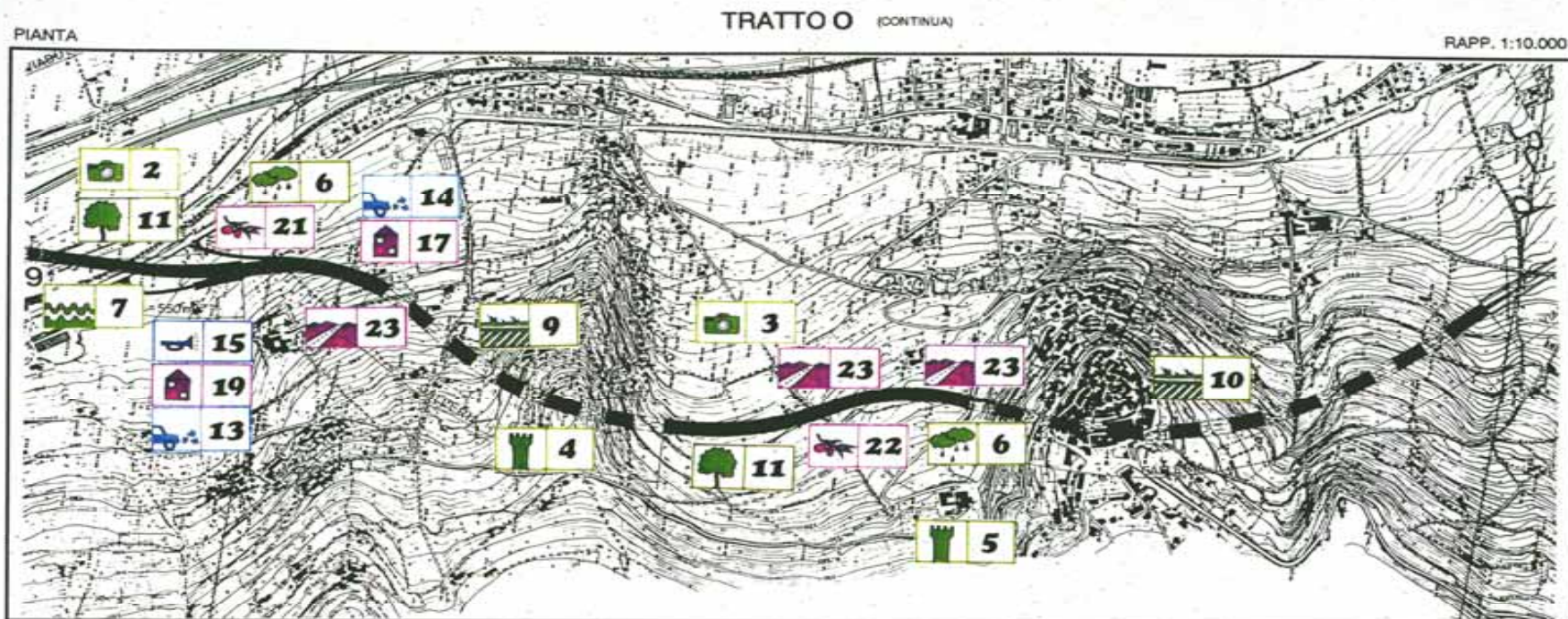
GERARCHIA DEGLI OBIETTIVI



Il goal "minimare l'impatto della infrastruttura sull'ambiente naturale e antropico" è stato suddiviso in 19 obiettivi - 13 dei quali terminali - situati a differenti livelli di una gerarchia costituita da 4 livelli.

Le azioni, nel caso specifico, sono rappresentate dagli episodi d'impatto. Un episodio rappresenta uno specifico impatto ambientale, di segno negativo, generato da un tratto stradale (o da una sua parte) nella fase di costruzione o di esercizio.

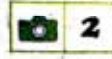
Nelle figure seguenti sono localizzati e descritti in dettaglio gli episodi d'impatto di uno specifico tratto (O) del reticolo stradale, e dunque da tutti i tracciati che lo comprendono.





1

PER
IL VIADOTTO, ALL'USCITA DALLA GALLERIA, DETERMINA UNA FORTE INTRUSIONE VISUALE SULLE PENDICI NORD DELLA COLLINA DI TREVI. IL CONTESTO E' MOLTO SENSIBILE PER LA PRESENZA DI UN'INTEGRA ED EMERGENTE FASCIA COLLINARE E DELLA STRUTTURA INSEDIATIVA DI TREVI, ED E' CARATTERIZZATO DA UNA SCARSA CAPACITA' DI "ASSORBIMENTO" VISIVO.
L'AREA ATTRAVERSATA E' DEFINITA DAL P.U.T. "DI PARTICOLARE INTERESSE NATURALISTICO-AMBIENTALE" (ART. 6)



2

PER
IL VIADOTTO, CHE SCAVALCA IL FIUME CLITUNNO E LA SS 3 FLAMINIA PRIMA DI IMMETTERSI IN GALLERIA, DETERMINA UNA FORTE INTRUSIONE VISUALE SUL PAESAGGIO COLLINARE DI SFONDO. L'AREA ATTRAVERSATA E' DEFINITA DAL P.U.T. "DI PARTICOLARE INTERESSE NATURALISTICO-AMBIENTALE" (ART. 6) ED E' SOTTOPOSTA A TUTELA PAESISTICA AI SENSI DELLA L. 1497/39.



3

PER
IL TRATTO IN RILEVATO, TRA LE DUE GALLERIE, CAUSA UNA FORTE INTRUSIONE VISUALE SUL PAESAGGIO COLLINARE CIRCONSTANTE. IL CONTESTO E' MOLTO SENSIBILE PER LA PRESENZA DI UN'INTEGRA ED EMERGENTE FASCIA COLLINARE E DELLA STRUTTURA INSEDIATIVA DI TREVI, ED E' CARATTERIZZATO DA UNA SCARSA CAPACITA' DI "ASSORBIMENTO" VISIVO.
L'AREA ATTRAVERSATA E' DEFINITA DAL P.U.T. "DI PARTICOLARE INTERESSE NATURALISTICO-AMBIENTALE" (ART. 6) ED E' SOTTOPOSTA A TUTELA PAESISTICA AI SENSI DELLA L. 1497/39.



4

STO
LA COSTRUZIONE DELLA GALLERIA IN LOCALITA' COLLE ALTO DETERMINA UN RISCHIO SIA PURE REMOTO DI COLLISIONE CON LE FONDAMENTA DI UN CASTELLIERE, INSEDIAMENTO ARCHEOLOGICO DOCUMENTATO SENZA STRUTTURE A VISTA.



5

STO
L'IMBOCOCCO DELLA GALLERIA DISTA CIRCA 300 M. DAL SANTUARIO DELLA MADONNA DELLE LACRIME IN TREVI ED E' SITUATO A UNA QUOTA INFERIORE DI 20 M. RISPETTO AD ESSO. IL SANTUARIO PRESENTA UN RICCO PORTALE TARDO-QUATTROCENTESCO DI SCUOLA VENETA, E ALL'INTERNO E' DECORATO CON AFFRESCHI DI PREGIATA FATTURA DI ARTISTI QUALI IL PERUGINO, LO SPAGNA ED ALTRI.
L'IMBOCOCCO, NELLA FASE DI ESERCIZIO, DETERMINA UN'INTRUSIONE VISUALE. I LAVORI DI COSTRUZIONE POTREBBERO CAUSARE DANNI ALLA DECORAZIONE ARCHITETTONICA E PITTORICA DEL MONUMENTO.



6

ATM
LE GALLERIE IN CORRISPONDENZA DI TREVI E DI COLLE BASSO DETERMINANO, AGLI IMBOCCHI, UNA MODIFICA DELLA QUALITA' DELL'ARIA CON MAGGIORI CONCENTRAZIONI INQUINANTI SUI VERSANTI MERIDIONALI A CAUSA DEI VENTI DOMINANTI, CON CONSEGUENZE NEGATIVE SUGLI AMBITI VEGETAZIONALI PROSSIMI ALLE GALLERIE.



7

IDR
NELL'ATTRAVERSAMENTO DEL FIUME CLITUNNO, A REGIME PERENNE, SONO POSSIBILI NELLA FASE DI COSTRUZIONE LIEVI INTERFERENZE, LEGATE ESCLUSIVAMENTE A FENOMENI DI INTORPIDIMENTO.
NELLA FASE DI ESERCIZIO E' POSSIBILE UN LIEVE RISCHIO DI INQUINAMENTO DELLE ACQUE DEL FIUME (DILAVAMENTO DEL MANTO STRADALE, SVERSI DA AUTOCISTERNA).



8

SUO
LA REALIZZAZIONE DELLA TRINCEA, IN DETRITO DI FALDA, IN CORRISPONDENZA DELLO SVINCOLO, DETERMINA UN RISCHIO DI INTERFERENZA CON FALDE LIBERE E/O SOSPENSE E UN RISCHIO DI DISSESTO NELLE SCARPATE LA CUI VALUTAZIONE E' SUBORDINATA ALLA VERIFICA DI STABILITA' DEI VERSANTI DELLA TRINCEA.



9

SUO
NELLA REALIZZAZIONE DELLA GALLERIA SOTTO COLLE ALTO, IN DETRITO DI FALDA, E' POSSIBILE INTERCETTARE UNA FALDA IDRICA SOSPESA DURANTE LA FASE DI SCAVO.
LO SCAVO DELLA GALLERIA PUO' COMPORTARE INOLTRE ALCUNI RISCHI PER LA STABILITA' LOCALE E GENERALE DELLA ZONA.



10

SUO
NELLA REALIZZAZIONE DELLA GALLERIA SOTTO TREVI, IN MATERIALE CALcareo, E' POSSIBILE INTERCETTARE UNA FALDA IDRICA SOSPESA DURANTE LA FASE DI SCAVO.
LO SCAVO DELLA GALLERIA PUO' COMPORTARE INOLTRE ALCUNI RISCHI PER LA STABILITA' LOCALE E GENERALE DELLA ZONA.



11

VEG
LE PARTI DEL TRACCIATO ESTERNE ALLE GALLERIE (VIADOTTI E RILEVATI) SI SOVRAPPONGONO A UN'AREA CENSITA DALLA SOCIETA' BOTANICA ITALIANA PER GLI ELEVATISSIMI INTERESSI STORICO-PAESISTICI DEGLI ULIVETI PRESENTI, CAUSANDO LA DISTRUZIONE DI NUMEROSE PIANTE.



12

INO
L'INFRASTRUTTURA (RILEVATO) DIFFONDE INQUINANTI DI ORIGINE AUTOVEICOLARE IN UN'AREA CON ABITAZIONI SPARSE UBICATE SU UN TERRENO IN LEGGERO DECLIVIO PROSSIMO AL TRACCIATO.



13

INO
L'INFRASTRUTTURA (VIADOTTO) SI SOVRAPPONE PARZIALMENTE AD UN GIARDINO DI PERTINENZA DI UN COMPLESSO DI EDIFICI ADIBITI AL CULTO E ALL'ISTRUZIONE, DIFFONDE INQUINANTI DI ORIGINE AUTOVEICOLARE.



14

INO
L'INFRASTRUTTURA DIFFONDE INQUINANTI DI ORIGINE AUTOVEICOLARE IN CORRISPONDENZA DI UN EDIFICIO SEMI-RURALE UBICATO A 20 M. DAL TRACCIATO E A 40 M. DALL'IMBOCOCCO DELLA GALLERIA.



15

RUM
L'INFRASTRUTTURA (VIADOTTO) SI SOVRAPPONE PARZIALMENTE AD UN GIARDINO DI PERTINENZA DI UN COMPLESSO DI EDIFICI ADIBITI AL CULTO E ALL'ISTRUZIONE, GENERANDO UN IMPATTO ACUSTICO SULL'INTERO COMPLESSO.



16

RUM
L'INFRASTRUTTURA (RILEVATO) GENERA INQUINAMENTO ACUSTICO IN UN'AREA CON ABITAZIONI SPARSE UBICATE SU UN TERRENO IN LEGGERO DECLIVIO PROSSIMO AL TRACCIATO.



17

RES
LA VICINANZA DELL'INFRASTRUTTURA DETERMINA UNA DIMINUIZIONE DEL VALORE D'USO RESIDENZIALE E UNA POSSIBILE DIMINUIZIONE DEL VALORE DI SCAMBIO DI UN EDIFICIO SEMI-RURALE.



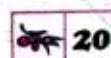
18

RES
L'INFRASTRUTTURA (SVINCOLO, RILEVATI) GENERA UN IMPATTO SU ALCUNE RESIDENZE UBICATE IN PROSSIMITA' DEL TRACCIATO, DETERMINANDO UNA DIMINUIZIONE DEL LORO VALORE D'USO E DI SCAMBIO.



19

RES
LA COSTRUZIONE DELLA STRADA COMPORTA LA DEMOLIZIONE DEL MURO DI CINTA E LA SOTTORAZIONE DI SUOLO DI UN GIARDINO A SERVIZIO DI UN COMPLESSO ADIBITO AL CULTO E ALL'ISTRUZIONE.
L'INTRUSIONE VISUALE E L'INQUINAMENTO CAUSATI DALLA STRADA INTERFERISCONO CON LO SVOLGIMENTO DELLE FUNZIONI PROPRIE DEL COMPLESSO CONSIDERATO.
L'AREA E' DESTINATA A PARCO E AD ATTREZZATURE PER L'ISTRUZIONE DAL PRG DI TREVI E DALLA VARIANTE N.3 ADOTTATA MA NON ANCORA APPROVATA.



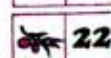
20

AGR
IL TRACCIATO ATTRAVERSA UN VIGNETO SPECIALIZZATO CONDIZIONANDO FORTEMENTE L'ESECUZIONE DELLE VARIE OPERAZIONI COLTURALI.



21

AGR
LA SEDE STRADALE E GLI SVINCOLI SOTTORAGGONO TOTALMENTE ALL'ATTIVITA' AGRICOLA CIRCA 110.000 MQ. DI SUOLO CON POTENZIALITA' D'USO DI 4° LIVELLO.



22

AGR
IL TRACCIATO, TRA LE DUE GALLERIE, INTERFERISCE CON UN'AREA COLTIVATA INTENSIVAMENTE AD OLIVO DETERMINANDO LA PERDITA DI NUMEROSE PIANTE E UNA SENSIBILE RIDUZIONE QUALI-QUANTITATIVA DEL PRODOTTO A CAUSA DELL'INQUINAMENTO DA POLVERE E PARTICOLATI.



23

RET
L'INFRASTRUTTURA INTERSECA 3 STRADE VICINALI CAUSANDO INTERRUZIONI E INTRALCI AL TRAFFICO NELLA FASE DI COSTRUZIONE.
PROBABILE INTERRUZIONE PERMANENTE DI TUTTE LE STRADE.

Per valutare i pesi locali degli episodi d'impatto si è operato nel modo seguente.

In primo luogo i differenti episodi sono stati raggruppati facendo direttamente riferimento agli obiettivi terminali della gerarchia.

Gli episodi relativi allo stesso obiettivo sono stati quindi aggregati in livelli d'impatto di gravità crescente.

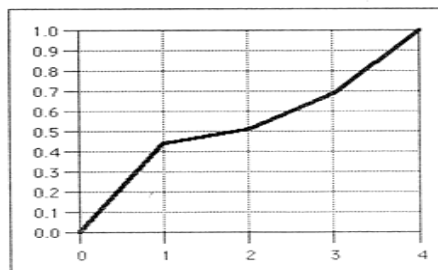
I pesi dei livelli (e degli episodi che ad esso appartengono) sono stati infine determinati selezionando in ogni livello un specifico episodio d'impatto e confrontando a coppie gli episodi così selezionati secondo le regole della **modalità ideale**.

Questa procedura è stata applicata ai livelli di ciascuno dei 13 obiettivi terminale della gerarchia di dominanza.

MATRICE DEI CONFRONTI A COPPIE

	1	2	3	4
1	50	45	40	30
2	55	50	40	35
3	60	60	50	40
4	70	65	60	50

FUNZIONE D'IMPATTO



"EPISODI D'IMPATTO"		CRITERIO : IDR
LIVELLO 1	LIVELLO 0: L'OGGETTO DI INTERESSE È IL TORRENTE MARROGGIA, A REGIME PERENNE, IN FASE DI COSTRUZIONE (OPERE DI FONDAZIONE).	
Tratto M	IL TRACCIATO CORRE PARALLELO AL TORRENTE MARROGGIA PER CIRCA 700 M. DETERMINANDO UN RISCHIO DI INQUINAMENTO DELLE SUE ACQUE CAUSATO DA EVENTUALI INCIDENTI (SVERSI DA AUTOCISTERNA).	
LIVELLO 2	LA PARTE FINALE DEL VIADOTTO, REALIZZATA IN PROSSIMITÀ DEL TORRENTE MARROGGIA, PUO' INTERFERIRE CON LA FALDA DI SUBALVEO NELLA FASE DI COSTRUZIONE (OPERE DI FONDAZIONE). IN FASE DI ESERCIZIO E' PRESENTE IL RISCHIO DI INQUINAMENTO DELLE ACQUE DEL TORRENTE CAUSATO DAL DILAVAMENTO DEL MANTO STRADALE E DA EVENTUALI INCIDENTI (SVERSI DA AUTOCISTERNA).	
LIVELLO 3	NELL'ATTRAVERSAMENTO DEL TORRENTE MARROGGIA, A REGIME PERENNE, SONO POSSIBILI, NELLA FASE DI COSTRUZIONE, LIEVI INTERFERENZE LEGATE ESCLUSIVAMENTE A FENOMENI DI INTORPIDIMENTO. NELLA FASE DI ESERCIZIO E' PRESENTE UN LIEVE RISCHIO DI INQUINAMENTO DELLE ACQUE DEL TORRENTE (DILAVAMENTO DEL MANTO STRADALE, SVERSI DA AUTOCISTERNA).	
Tratto H	NELL'ATTRAVERSAMENTO DEL TORRENTE MARROGGIA, A REGIME PERENNE, SONO POSSIBILI, NELLA FASE DI COSTRUZIONE, LIEVI INTERFERENZE LEGATE ESCLUSIVAMENTE A FENOMENI DI INTORPIDIMENTO. NELLA FASE DI ESERCIZIO E' PRESENTE UN LIEVE RISCHIO DI INQUINAMENTO DELLE ACQUE DEL TORRENTE (DILAVAMENTO DEL MANTO STRADALE, SVERSI DA AUTOCISTERNA).	
Tratto J	NELL'ATTRAVERSAMENTO DEL TORRENTE MARROGGIA, A REGIME PERENNE, SONO POSSIBILI, NELLA FASE DI COSTRUZIONE, LIEVI INTERFERENZE LEGATE ESCLUSIVAMENTE A FENOMENI DI INTORPIDIMENTO. NELLA FASE DI ESERCIZIO E' PRESENTE UN LIEVE RISCHIO DI INQUINAMENTO DELLE ACQUE DEL TORRENTE (DILAVAMENTO DEL MANTO STRADALE, SVERSI DA AUTOCISTERNA).	
LIVELLO 4	NELL'ATTRAVERSAMENTO DEL FIUME CLITUNNO, A REGIME PERENNE, SONO POSSIBILI NELLA FASE DI COSTRUZIONE LIEVI INTERFERENZE, LEGATE ESCLUSIVAMENTE A FENOMENI DI INTORPIDIMENTO. NELLA FASE DI ESERCIZIO E' POSSIBILE UN LIEVE RISCHIO DI INQUINAMENTO DELLE ACQUE DEL FIUME (DILAVAMENTO DEL MANTO STRADALE, SVERSI DA AUTOCISTERNA).	
Tratto O	NELL'ATTRAVERSAMENTO DEL FIUME CLITUNNO, A REGIME PERENNE, SONO POSSIBILI NELLA FASE DI COSTRUZIONE LIEVI INTERFERENZE, LEGATE ESCLUSIVAMENTE A FENOMENI DI INTORPIDIMENTO. NELLA FASE DI ESERCIZIO E' POSSIBILE UN LIEVE RISCHIO DI INQUINAMENTO DELLE ACQUE DEL FIUME (DILAVAMENTO DEL MANTO STRADALE, SVERSI DA AUTOCISTERNA).	
Tratto P	NELL'ATTRAVERSAMENTO DEL FIUME CLITUNNO, A REGIME PERENNE, SONO POSSIBILI NELLA FASE DI COSTRUZIONE LIEVI INTERFERENZE, LEGATE ESCLUSIVAMENTE A FENOMENI DI INTORPIDIMENTO. NELLA FASE DI ESERCIZIO E' POSSIBILE UN LIEVE RISCHIO DI INQUINAMENTO DELLE ACQUE DEL FIUME (DILAVAMENTO DEL MANTO STRADALE, SVERSI DA AUTOCISTERNA).	

Le figure riportano, a titolo di esempio, gli episodi associati ai 4 livelli d'impatto (più il livello 0) dell'obiettivo terminale **IDR**: minimare l'impatto sulla rete idrografica superficiale (identificata *tout court* con l'ambiente idrico); la matrice dei confronti a coppie; la corrispondente funzione d'impatto che mostra i valori d'impatto di ogni livello.

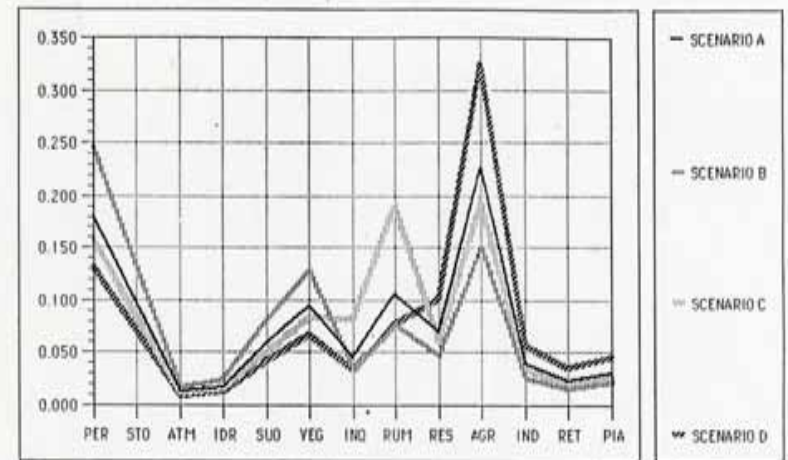
Per determinare i pesi globali dei differenti episodi d'impatto si è proceduto quindi ad assegnare i pesi agli obiettivi della gerarchia e ad applicare il procedimento di composizione gerarchica.

I pesi degli obiettivi che appartengono ai livelli 3 e 4 della gerarchia sono stati determinati da alcuni esperti di settore. Per assegnare i pesi degli obiettivi del secondo livello (obiettivi strategici) è stata effettuata dai responsabili della procedura di valutazione un'analisi di sensibilità che ha comportato la costruzione di quattro diversi scenari di valutazione: A, B, C e D.

Nello scenario A i pesi degli obiettivi strategici sono stati scelti in modo che i valori medi dei pesi globali degli obiettivi terminali ad essi subordinati risultassero uguali. Questo scenario può essere definito "equilibrato" o "neutro", poiché l'importanza che esso attribuisce alle tre componenti di livello strategico (ambiente naturale ed estetico-culturale, salute pubblica e contesto socio-economico) dipende esclusivamente dal numero di aspetti specifici - cioè dal numero di obiettivi terminali - in cui esse si articolano.

Gli altri scenari privilegiano a turno una delle tre suddette componenti, poiché assegnano agli obiettivi terminali subordinati a ciascuna di esse dei pesi che valgono complessivamente il doppio di quelli degli altri obiettivi terminali, sempre fatte salve le differenze di peso che dipendono dal numero di obiettivi terminali che ad essi sono direttamente o indirettamente subordinati.

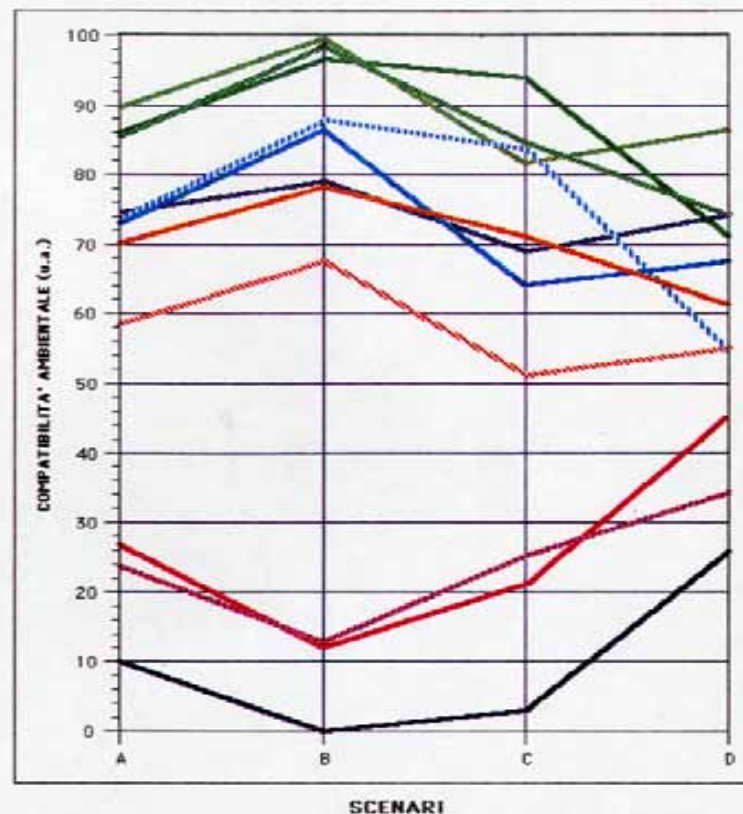
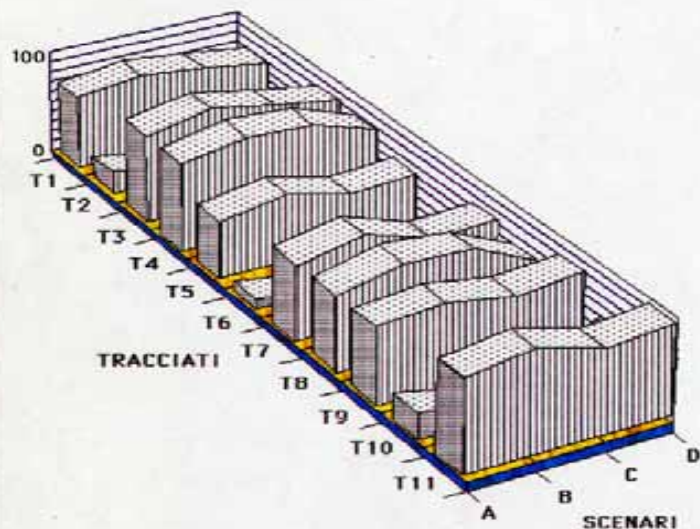
La figura seguente mostra i "profili di valutazione" che identificano i pesi globali degli obiettivi terminali nei quattro scenari A,B,C,D.



Il peso globale di ogni episodio d'impatto è stato calcolato per ogni scenario moltiplicando il peso del suo livello per quello dell'obiettivo terminale. I pesi globali (cioè l'impatto complessivo) degli 11 tracciati alternativi sono stati infine determinati sommando i pesi di tutti gli episodi generati dai tratti componenti. I due diagrammi, di significato identico, mostrano l'**indice di compatibilità ambientale** complessiva degli 11 tracciati nei quattro scenari di valutazione. Ai valori 0 e 100 dell'indice corrispondono rispettivamente i valori massimo e minimo dell'impatto dei tracciati in tutti gli scenari.

ANALISI DI SENSIBILITA' (SINTESI)

COMPATIBILITA' AMBIENTALE DEI TRACCIATI NEI DIVERSI SCENARI DI VALUTAZIONE



4. AHP e ACB

Il metodo AHP può essere utilizzato per effettuare l'**analisi costi-benefici** (ACB) di azioni alternative (T.L. Saaty and K.P. Kearns, *Analytical Planning*, Pergamon Press, Oxford, 1985).

Grazie ad AHP è possibile introdurre facilmente nella ACB valori "intangibili", cioè benefici e costi che non è possibile (o quantomeno facile) esprimere in termini monetari.

A questo fine occorre costruire due gerarchie di dominanza separate: la **gerarchia dei benefici** e la **gerarchia dei costi**. Gli elementi di queste gerarchie rappresentano altrettanti obiettivi (criteri) atti a confrontare le azioni in termini di soli benefici (B) o di soli costi (C).

I benefici e i costi complessivi delle azioni coincidono con i loro pesi finali (o priorità) che si calcolano applicando il metodo AHP nella **modalità distributiva** rispettivamente alla gerarchia dei benefici e a quella dei costi. **L'azione migliore è quella per la quale è massimo il rapporto B/C.**

Questo rapporto, rispetto all'indice **benefici netti** (B-C), è usato nell'ACB con maggiore frequenza perché consente di valutare il beneficio per unità di costo di investimento [cfr. la dispensa ELEMENTI DI ANALISI COSTI BENEFICI].

Come nell'ACB tradizionale é possibile utilizzare questo metodo per valutare l'**utilità marginale** delle azioni alternative ordinandole per costi crescenti e calcolando quindi i rapporti tra le differenze dei benefici e quelle dei costi per ogni coppia di azioni consecutive.

Il primo rapporto si ottiene dividendo semplicemente i benefici per i costi della prima azione (cioè dell'azione di costo minimo): ciò equivale a confrontare la prima azione con l'**opzione zero**, cioè con l'ipotesi di non fare nulla, alla quale corrispondono generalmente costi e benefici nulli.

Il secondo rapporto si calcola dividendo la differenza tra i benefici della seconda azione e quelli della prima per la differenza dei costi corrispondenti, e così di seguito per le azioni successive: l'azione migliore sarà quella che presenta il rapporto più elevato.

Il calcolo dell'utilità marginale consente di evitare uno degli errori più comuni che viene commesso quando si devono giudicare più azioni alternative. In questo caso non siamo generalmente interessati a confrontare i benefici e i costi di ogni singola azione in termini assoluti, ma a valutare l'incremento dei benefici in relazione a quello dei costi (per un'unità di incremento dei costi). Un'azione sarà allora giudicata migliore di un'altra se il suo costo maggiore é giustificato dal fatto che i benefici che essa presenta sono proporzionalmente più elevati.

4.1 Un esempio

Riportiamo qui di seguito un esempio di applicazione di ACB, effettuata mediante l'uso di AHP, a un problema di decisione riguardante l'opportunità di acquistare un *kit* per la costruzione *do-it-yourself* di una scrivania di legno. Quest'applicazione è illustrata da T. L. Saaty in *The Analytical Network Process*, RSW Publications, Pittsburgh, 1996.

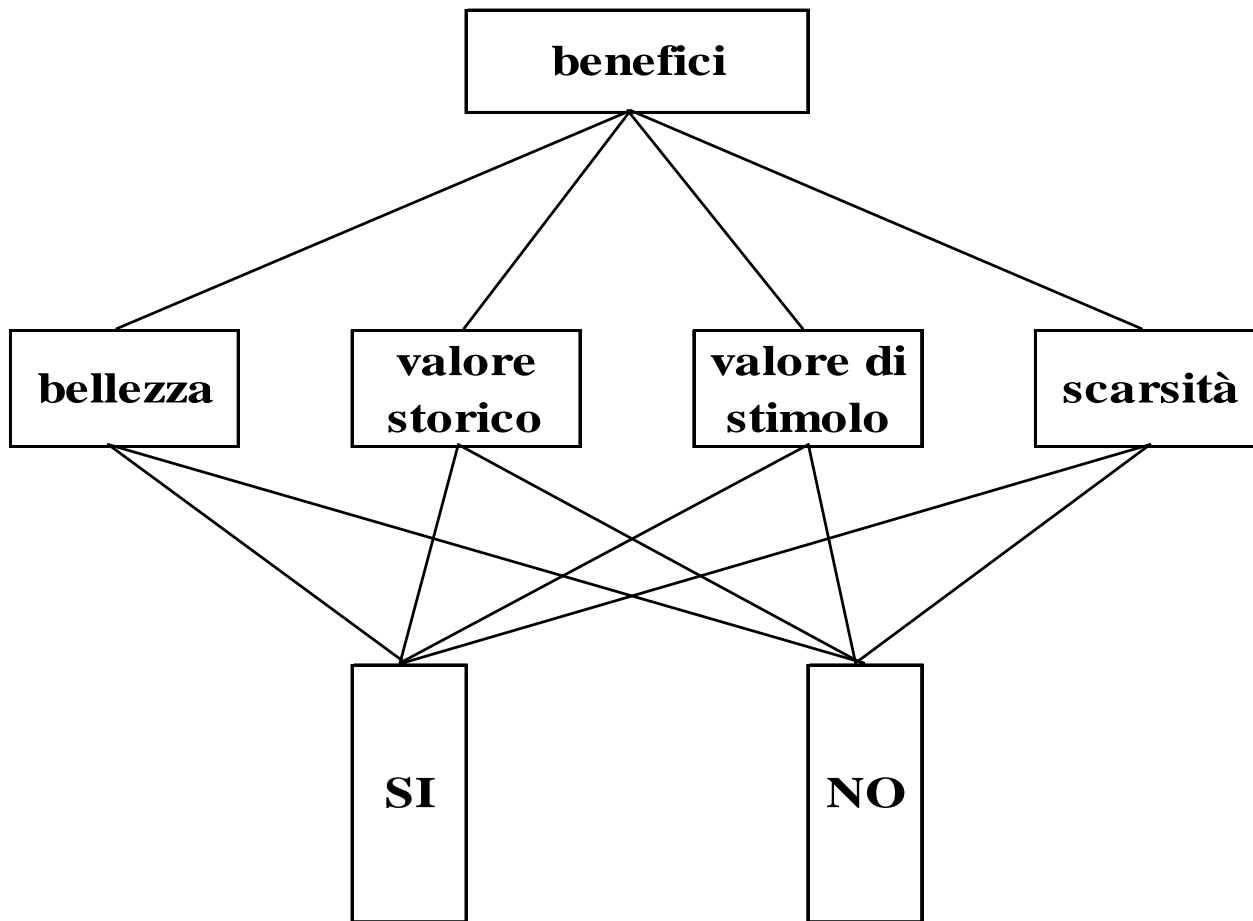
“Bartley, a Easton, è uno dei migliori produttori di *kit do-it-yourself* di mobili tradizionali americani. I mobili che produce sono fatti di legno della migliore qualità: mogano dell'Honduras, ciliegio e nocciolo della Pennsylvania.

Per l'amatore di oggetti di arredo il loro prezzo è molto attraente: Bartley non fa economia, ma fornisce al cliente tutte le parti in legno già perfettamente tagliate, la colla, la carta vetrata, la pasta di legno per riempire le cavità residue e le morse per tenere premute le parti da incollare. Bartley ha anche messo a punto una facile tecnica di finitura per trattare il legno con un mordente che è superlativa.

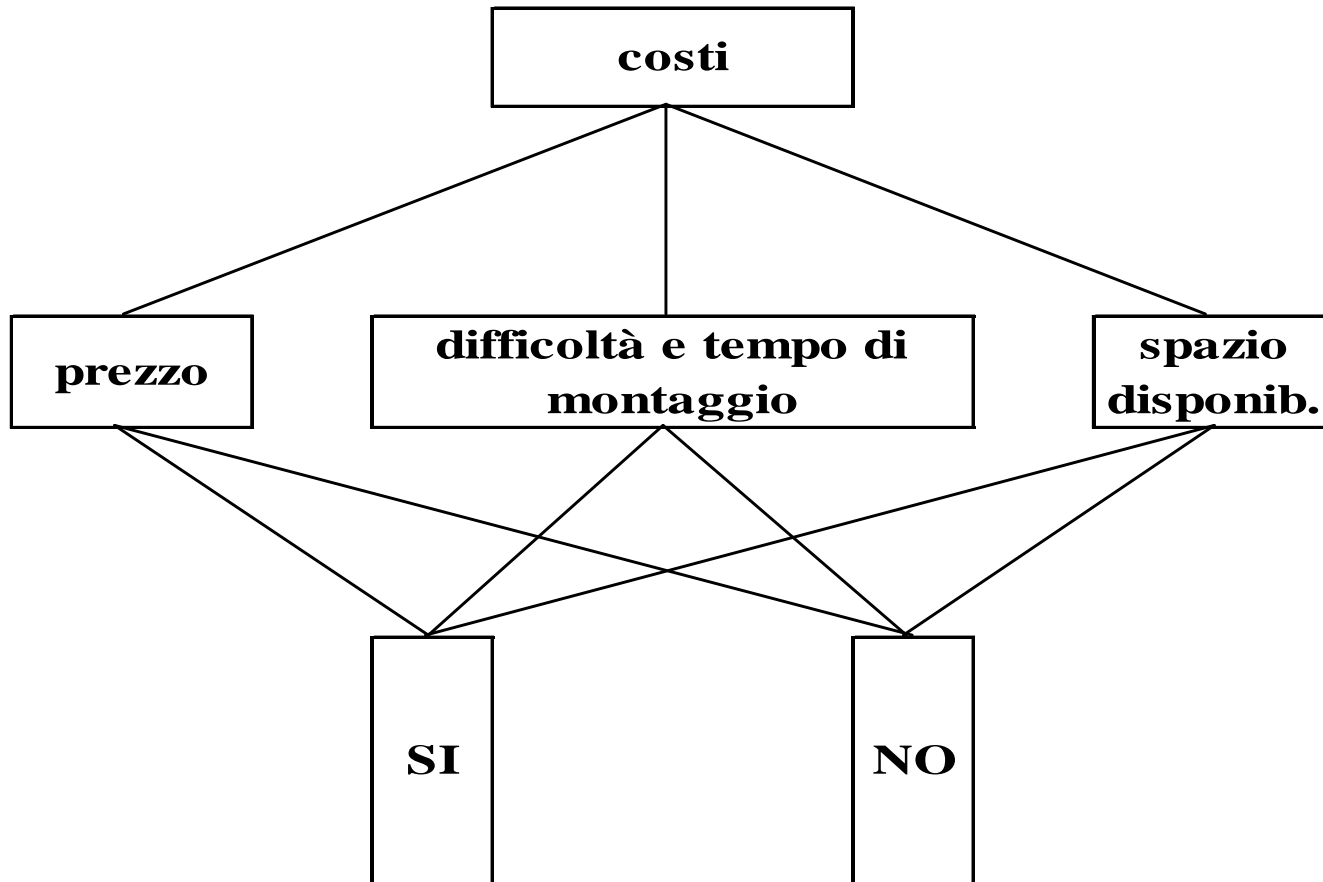
Ai conoscitori Bartley offre un numero limitato di copie di una scrivania in stile Boston Chippendale del 1765. Si tratta di un pezzo interessante, offerto al prezzo di \$ 300.

Un acquirente potenziale ha portato a termine in passato l'assemblaggio di molti oggetti d'arredo acquistati in passato da Bartley, ma la sua casa è ormai zeppa di questi mobili. Dovrebbe approfittare dell'offerta?

GERARCHIA DEI BENEFICI



GERARCHIA DEI COSTI



La figura precedente mostra le due gerarchie riguardanti rispettivamente i benefici e i costi conseguenti alla decisione di acquistare (SI) o non acquistare (NO) il *kit*.

Le tabelle seguenti mostrano i risultati dei confronti a coppie.

Gerarchia dei benefici - Confronti a coppie dei criteri

	B	Vs	St	Sc	Pesi
Bellezza	1	5	7	1/5	0.25
Valore storico	1/5	1	3	1/6	0.08
Valore di stimolo	1/7	1/3	1	1/9	0.04
Scarsità	5	6	9	1	0.63

Gerarchia dei benefici - Confronti a coppie delle alternative

Bellezza	SI	NO	Pesi	Valore storico	SI	NO	Pesi
SI	1	6	0.86	SI	1	3	0.75
NO	1/6	1	0.14	NO	1/3	1	0.25

Scarsità	SI	NO	Pesi	Valore di stimolo	SI	NO	Pesi
SI	1	6	0.86	SI	1	2	0.67
NO	1/6	1	0.14	NO	1/2	1	0.33

Gerarchia dei costi - Confronti a coppie dei criteri

	P	D	Sd	Pesi
Prezzo	1	1/5	1/5	0.10
Difficoltà	5	1	5	0.70
Spazio disp.	3	1/5	1	0.20

Gerarchia dei costi - Confronti a coppie delle alternative

Prezzo	SI	NO	Pesi	Difficoltà	SI	NO	Pesi
SI	1	4	0.80	SI	1	7	0.88
NO	1/4	1	0.20	NO	1/7	1	0.12

Spazio disp.	SI	NO	Pesi
SI	1	4	0.80
NO	1/4	1	0.20

I valori dei benefici, dei costi e dei rapporti benefici/costi delle due decisioni (SI, NO) sono riportati nella tabella seguente:

alternative	benefici	costi	benefici/costi
SI	0.841	0.853	0.99
NO	0.159	0.147	1.08

Il risultato è a favore della decisione di non acquistare il *kit*.

In alcuni casi si presume che il *goal* della gerarchia sia sufficiente a definire il problema. Tuttavia, in molti casi, è l'intera gerarchia che lo definisce, unitamente alle assunzioni sulle quali essa è basata.

In questo caso si può osservare che l'elevato peso attribuito al criterio 'difficoltà e tempo di montaggio' nella gerarchia dei costi consegue dal fatto che il decisore ha preso in considerazione soltanto la possibilità di assemblare il mobile da solo; ma al tempo stesso, il basso peso attribuito al criterio 'prezzo' sta ad indicare che il decisore potrebbe essere disposto a sborsare qualche dollaro in più per superare la suddetta difficoltà.

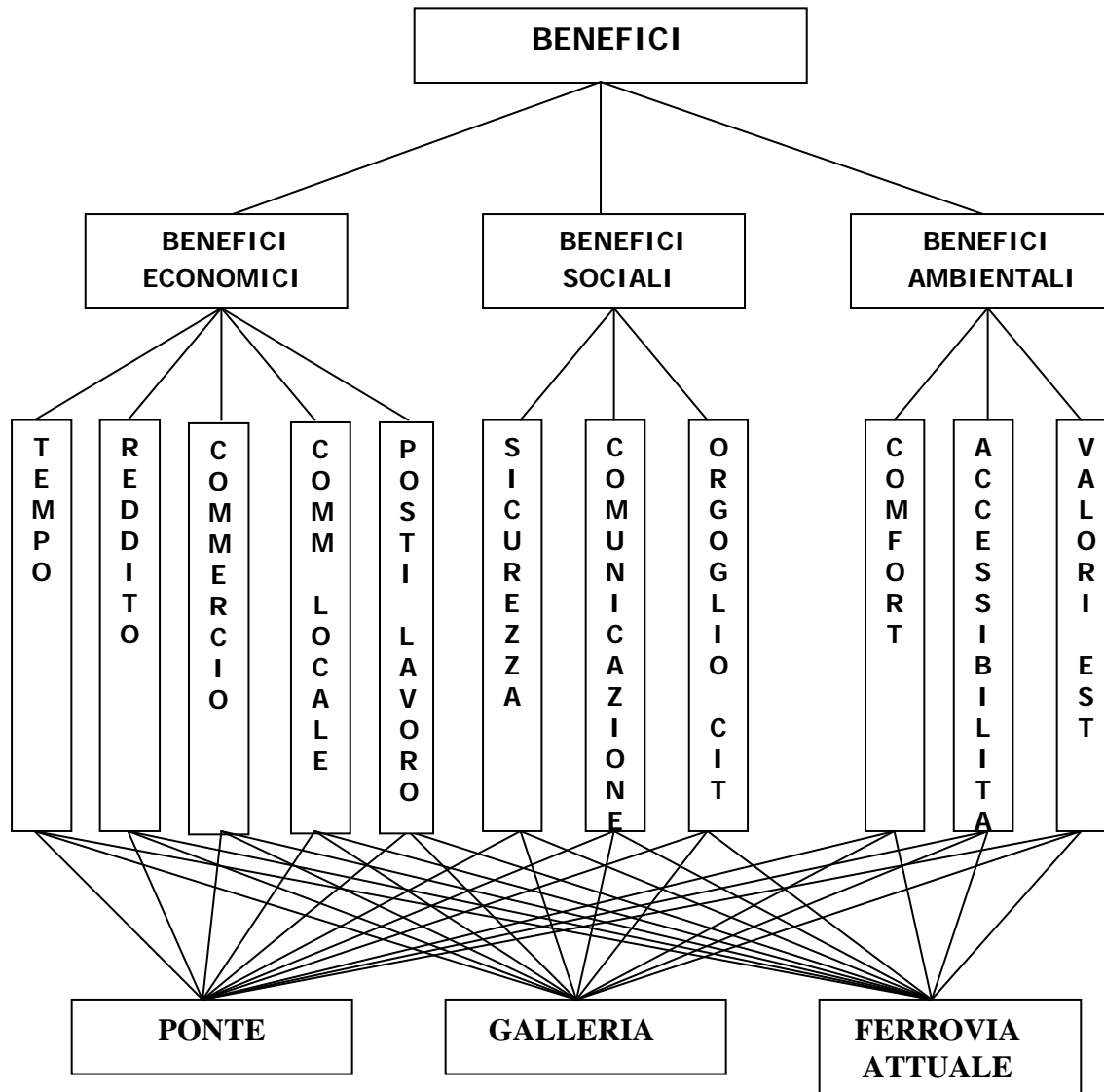
Sulla base di questa considerazione, il decisore ha preso contatto con il fornitore, venendo così a sapere che il fornitore stesso avrebbe potuto aiutarlo nel lavoro di montaggio ad un costo leggermente superiore.

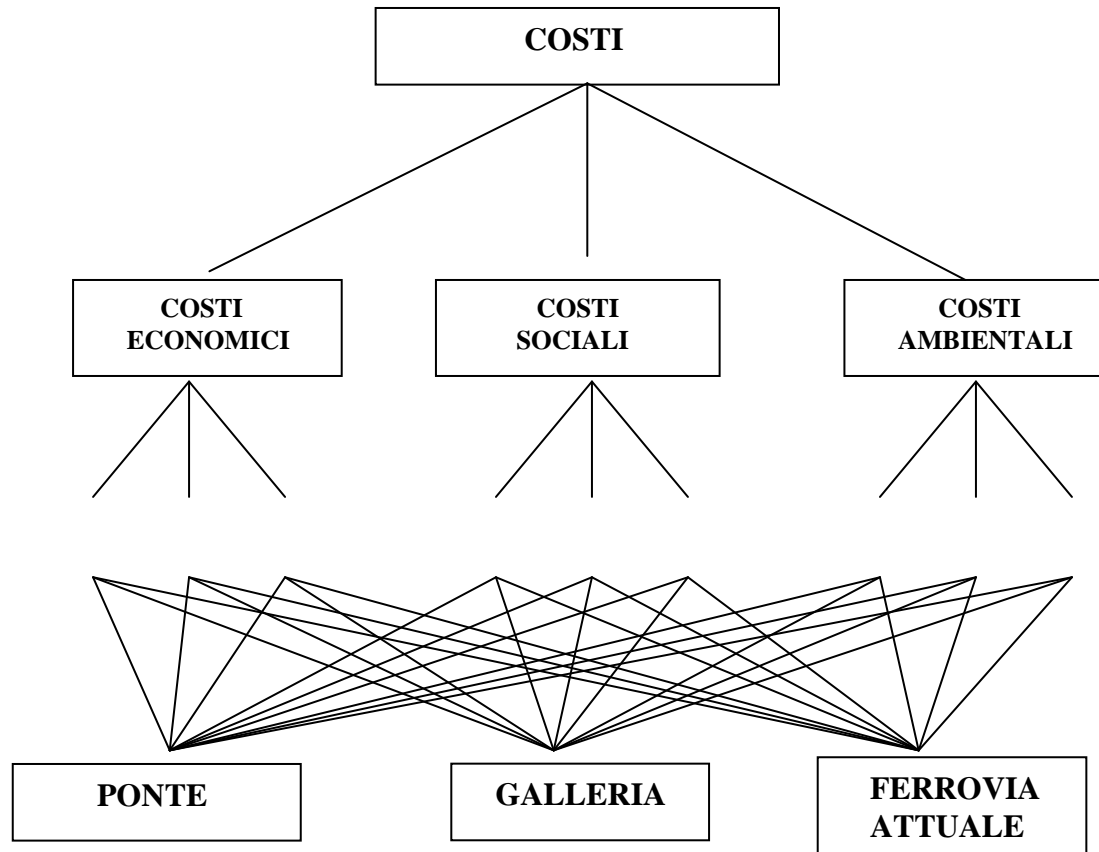
Il problema, così rivisitato, ha portato a modificare il risultato della valutazione e della decisione, inducendo il decisore ad acquistare il *kit*".

4.2 Un altro esempio

L'esempio, che riguarda la scelta dell'infrastruttura da realizzare per l'attraversamento di un fiume, intende illustrare l'applicazione del principio di utilità marginale nell'ACB. L'esempio è descritto in T.L. Saaty and K.P. Kearns, *Analytical Planning*, Pergamon Press, Oxford, 1985.

“Un'agenzia governativa che ha giurisdizione nel settore della costruzione di ponti e gallerie in una certa area territoriale deve decidere se costruire un ponte o una galleria per superare un fiume, che attualmente è attraversato soltanto da una ferrovia privata. I fattori che influenzano sia i costi che i benefici connessi alla realizzazione di queste infrastrutture sono mostrati nelle due gerarchie seguenti.





Benefici

I fattori economici che condizionano la scelta del progetto riguardano i vantaggi derivanti dal risparmio di tempo conseguente all'utilizzo del nuovo ponte (o della nuova galleria) in luogo della ferrovia attuale.

I maggiori flussi di traffico potranno determinare una maggiore disponibilità di risorse finanziarie per l'amministrazione locale, dovuta all'aumento degli incassi (pedaggi). Il traffico favorirà le attività commerciali sia nell'intera area, sia nelle zone immediatamente adiacenti all'area dell'intervento (ed esempio, delle stazioni di servizio, dei ristoranti, ecc).

Un altro beneficio economico consisterà nei posti di lavoro (anche se a termine) creati nel settore delle costruzioni.

Se i criteri economici fossero i soli ad essere presi in considerazione, la totalità dei benefici potrebbe essere calcolata in termini quantitativi (monetari). Anche i costi potrebbero essere calcolati quantitativamente, e si potrebbe così valutare immediatamente il rapporto benefici/costi e utilizzarlo per prendere una decisione. In realtà occorre considerare anche i benefici sociali e ambientali, che non possono essere "tradotti" direttamente in valori monetari.

I benefici sociali del progetto sono rappresentati dai vantaggi che derivano alla società locale, nel suo complesso, a seguito della presenza del nuovo ponte o della galleria.

Per esempio, il ponte e la galleria sono considerati più sicuri e affidabili della ferrovia. Inoltre un ponte o una galleria potrebbe favorire una maggiore frequenza dei viaggi, e dunque le visite delle persone a parenti e amici, ai musei, ecc.

La realizzazione di entrambe le opere è infine motivo di orgoglio per la comunità.

I benefici ambientali differiscono da quelli sociali poichè ogni singolo individuo considera spesso i benefici collettivi troppo astratti e scarsamente rilevanti ai fini del suo benessere personale.

Nel nostro caso i fattori ambientali di maggiore interesse per l'individuo sono i livelli di comfort derivanti dall'uso del ponte, della galleria o dell'attuale ferrovia; il miglioramento dell'accessibilità conseguente all'utilizzo di queste infrastrutture; l'impatto sul contesto estetico dovuto alla realizzazione di ciascuna di esse.

Costi

Come i benefici, anche i costi riguardano fattori economici, sociali e ambientali. La gerarchia mostra i costi economici che sono rilevanti per il problema di decisione: i costi di realizzazione delle alternative (costi in conto capitale), i costi di gestione e manutenzione delle opere e i costi di smantellamento della ferrovia attuale.

I costi sociali, come i benefici, riguardano l'intera collettività: l'interferenza con gli stili di vita connessa alla realizzazione di ciascuna alternativa; i diversi livelli di congestione del traffico indotti dai progetti; i danni sociali conseguenti all'allontanamento di una parte degli abitanti dalle loro attuali residenze.

I costi ambientali differiscono dai benefici poichè riguardano i possibili danni prodotti dalle alternative di progetto sull'ecosistema. Per esempio, alle tre modalità di attraversamento del fiume sono collegati diversi livelli di inquinamento atmosferico. Inoltre, l'entità dell'inquinamento dell'acqua del fiume e dell'impatto sugli ecosistemi fluviali può essere diversa.

Risultati

Nel calcolo sia dei benefici che dei costi, al criterio economico è stato assegnato un peso maggiore rispetto agli altri criteri. I benefici per il commercio, l'aumento di sicurezza e affidabilità del sistema di trasporto e il miglioramento dell'accessibilità sono stati considerati più importanti di altri. Lo stesso dicasi per i costi in conto capitale, le necessità di allontanare parte dei residenti dalla loro attuale abitazione e la quantità di emissioni prodotta dalle automobili.

I benefici e i costi finali sono riportati nella tabella seguente:

	Ponte (1)	Galleria (2)	Ferrovia (3)
Benefici (b_i)	0,57	0,36	0,07
Costi (c_i)	0,36	0,58	0,05

Un criterio utilizzato in ACB consiste nello scegliere il progetto con il rapporto benefici/costi più elevato. In questo caso si ha:

Ponte(1)	Galleria (2)	Ferrovia (3)
$b_1/c_1 = 1.58$	$b_2/c_2 = 0.62$	$b_3/c_3 = 1.28$

Il risultato è dunque a favore della realizzazione del ponte.

Per applicare il principio d'utilità marginale è necessario ordinare le alternative per costi crescenti: ferrovia ($c_3 = 0.05$), ponte ($c_1 = 0.36$), galleria ($c_2 = 0.58$), e costruire i rapporti delle successive differenze dei benefici e dei costi (si noti che in questo caso l'opzione zero coincide con il mantenimento dell'attuale ferrovia):

$$(b_1 - b_3) / (c_1 - c_3) = (0.57 - 0.07) / (0.36 - 0.05) = 0.50 / 0.31 = 1.61$$

$$(b_2 - b_1) / (c_2 - c_1) = (0.36 - 0.47) / (0.58 - 0.36) < 0$$

Il confronto tra galleria e ponte porta ad escludere direttamente la scelta di realizzare la galleria, perché a un incremento di costi corrisponde un decremento di benefici (utilità marginale negativa).

In definitiva, anche l'applicazione del principio d'utilità marginale porta alla stessa scelta (realizzazione del ponte) che si ottiene con il semplice calcolo del rapporto benefici/costi.

BIBLIOGRAFIA

Armstrong W.E. (1939)

"The Determinateness of the Utility Function", *Econ. Journal* , **49**, 453-467.

Dyer J.S. (1990)

"A clarification of Remarks on the Analytic Hierarchy Process, *Management Science*, 36, 143-144.

Giangrande A. (1987a)

"Via e autostrade: Analisi Multicriteri", *VIA*, anno 1, n. 2.

Giangrande A. (1987b)

"Un'ipotesi di metodo per gli studi d'impatto: l'Analisi Multicriteri", *Quaderni di VIA*, n. 1.

Giangrande A. (1988)

"Analisi multicriteri e valutazione d'impatto ambientale: il caso della camionale Bologna", relazione presentata al 1° Seminario Internazionale 'Tecniche di di piani e progetti nell'attuazione urbanistica', Roma-Reggio Calabria. Firenze-valutazione

Giangrande et al. (1990)

"SS n.3 FLAMINIA - Lavori di adeguamento in variante della piattaforma stradale al tipo 3° delle norme C.N.R. nel tratto compreso tra Spoleto e Foligno - Valutazione d'impatto ambientale", IN.PR.A. s.r.l. /Ass. Prof. PROMETEA, Roma.

Giangrande A. (1994)

"How to assess the weights of the criteria in the AHP" in 'Applying Multiple Criteria for Decision to Environmental Management' (Parruccini ed), ECSC, EEC, EAEC, Aid Academic Publ., Dordrecht. Kluwer

Golden B.L., Wasil E.A., Levy D.E. (1989)

"Application of the Analytic Hierarchy Process: a categorized, annotated bibliography", in 'The Analytic Hierarchy Process - Applications and Studies' (Golden, Wasil and Harker eds.), Springer-Verlag, Berlin.

Harker P.T. (1987)

"Alternative modes of questioning in the Analytic Hierarchy Process", *Math. Modelling*, **9**(3-5), 353-360.

Keeney R.L. and Raiffa H. (1976)

"Decision with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs", Wiley & Sons, New York.

- Luce R.D. (1956)
 "Semioorders and a Theory of Utility", *Econometrica*, **26**, 193-224.
- Millet I. and Harker P.T. (1990)
 "Globally effective questioning in the Analytic Hierarchy Process", *European Journal of Operational Research*, **48**(1), 88-97.
- Saaty T.L. (1977)
 "A scaling method for priorities in hierarchical structures", *Journal of Math. Psychology*, **15**, 234-281.
- Saaty T.L. (1980)
 "The Analytic Hierarchy Process", McGraw-Hill, New York.
- Saaty T.L. (1986)
 "Axiomatic foundation of the Analytic Hierarchy Process", *Management Sciences*, **32**(7), 841-855.
- Saaty T.L. (1990)
 "How to make a decision: The Analytic Hierarchy Process", *European Journal of Operational Research*, **48**(1), 9-26.
- Saaty T.L. (1996)
 "The Analytic Network Process", RSW Publications, Pittsburgh.
- Saaty T.L. and Kearns K.P. (1985)
 "Analytical Planning", Pergamon Press, Oxford.
- Saaty T.L. and Vargas L.G. (1987)
 "Uncertainty and rank order in the Analytic Hierarchy Process", *European Journal of Operational Research*, **32**(1), 107-117.
- Saaty T.L. and Vargas L.G. (1993)
 "Experiments on rank preservation and reversal in relative measurement", *Mathl. Comput. Modelling*, **17**, 13-18.
- Saaty T.L., Vargas L.G. and Wendell R.E. (1983)
 "Assessing Attribute Weights by Ratios", *OMEGA*, **11**(1), 9-13.
- Vincke P. (1981)
 "Preference modelling, a survey and an experiment", in 'Proceedings of the IFORS 81 Conference' (Brans J.P. ed.), Hambourg.
- Voogd H. (1983)
 "Multicriteria Evaluation for Urban and Regional Planning", Pion Limited, London.